BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
201
41 A
31

Riccardi

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODUS FACILIS,

per Gemmam Friſium, medicum ac mathematicū, iam recens, ab ipſo authore emendata, & multis in locis inſigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACOBI PELETARII *Cenomani annotationes: Eiuſdem item de Fractionibus Aſtronomicis compendium: Et de cognoſcendis per memoriam Calendis, Idib. Nonis, Feſtis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in zodiaco.*

15 Di Gennaro T[illegible]



Collegij S. agatha

COLONIAE
Apud Maternum Cholinum.
M. D. LXIIII.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

STIGELIVS.

Soli homini numerare datum eſt: hanc indidit artem
Cum prima nobis relligione Deus,
Qua ceu matre ſata eſt, quæ diuidit omnia punctis.
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ noſtros animos ardua ad aſtra vehant.
Illa viam ingenuas meditando munit ad artes,
Per quas majeſtas conſpicienda Dei eſt.
Commune & vitæ parit hæc ſtudiis ad vſum
Organa, mechanica quæq; regenda manu.
Quare, quæ poteris duce, poſteriore potiri,
Friſius hic monſtrat Gemma prioris iter.
Qui neſcit numeros, numerandi aut reſpuit artem,
Eloquio vt careat dignus & ille fuit.

ALBERTVS.

Hic numeris conſtat rerum pulcherrimus ordo:
Quem, niſi per numeros, cernere nemo poteſt.
Et iuuat ergo vices naturæ noſcere miras,
Prima ſit hæc numeros diſcere cura tibi.

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

EXciderunt mihi olim in Gemmę Friſij Arithmeticam ſcholia quædã, ſeu tyrocinij rudimenta. Quæ iampridem, ſi mihi integrum fuiſſet, è publico ſubduxiſſem libenter: ſed tamen horum præludiorum recordatio delectare ſolet eos, qui altius promouerunt. Ea quum prorſus non liceret ſupprimere, ſaltem recognoſcenda eſſe iudicaui, præſertim quum opus ipſum ab authorę recognitum viderem, poſt meam animaduerſionem Itaque

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

expunxi de meo quod iam vacabat. Alia quædam obiter interieci. Gemma quidem ſuum Librum pulchris acceſsionibus locupletauit: ſed quædam propoſuit magis quàm expoſuit, maximè radicum demõſtrationem: Quæ tamẽ hoc loco à nobis nón eſt explicata. Eam enim partem ad Algebram retulimus. Interim dum tu hoc munuſculum tempore metiêris, maiora te à nobis habere memineris, & expectare ne dubites. Ego quoad res meæ ferent, tuæ expectationi ſtudebo ſedulò. Vale. Lutetiæ, 4. Non. Sept. Anno Chriſti 1558.

ORNATISSIMO VIRO AC MERITO VENERANDO PATRI D. GVLIELmo Rhetio, apud D. Michaëlem Antuerpiæ priori digniſsimo, &c. Gemma Friſius S. D. P.

OMNES qui hac tempeſtate elucubrationum ſuarum fructu aliquo Reip. prodeſſe volunt, mi Rheti ornatiſsime, id mihi polliceri videntur, imò præſtare meritò debent, vti omninò aliquid in lucem proferant, quod maiores noſtros effugerit, aut minimùm inuenta eorum ſuperet, ac quodammodo emendet. Me verò ſi quiſpiam rogitet, cur poſt tot ferè myriades authorum, qui de Arithmeticis rebus ſcripſerunt, iam tandem actum agere, Penelopesq́; telam retexere aggrediar: huic candidè in hunc modum reſponſum volo. Quum ſua quodque tempus proferat ingenia, multùm ſanè inter ſe diſtantia: neque id ſolùm diuerſo temporis tractu eueniat, ſed vno eodemq́; die comperias mille hominũ mores & diuerſa iudicia: fit hinc vt quantumuis varii de eadem re authores ab aliis atque aliis colantur & expetantur, quia certè (vt ille cecinit)

Τῷ δ᾽ ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ᾽ ἀνένευσεν.

Proinde & nos amicorum precibus compulſi ſumus Arithmetices aliquam compendiariam rationem ac facilem, quam neſcio quo argumento nos efficere poſſe collegerunt,

in lucem euulgare: non quòd noſtra hæc meliora iudicemus iis, quæ à variis ante nos tradita ſunt, verùm quòd ipſis magis arriſerint, quàm ea quæ ſæpè inter docendum percurrere ſoleo: quorum alia obſcuriora viſa ſunt, nonnulla nimiùm Laconicè dicta: illa contrà prolixitatis accuſanda Quum igitur multis argumentis exploratum habeam, me in tuorum numero amicorum non poſteriori abs te loco habitum fuiſſe ſemper, egoq; te viciſſim ab ea vſque conſuetudine, quam Matheſeos mutua inter nos collatio primùm peperit, vnicè amauerim ac coluerim, tuq; adeò huiuſce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorum duxi, & ab officio alienum, tantilla in re abs te potiſſimùm atque aliis amicis conatum meum deſiderari. Qui qualiſcunque eſt, meritò tibi dedicandus videtur, qui harum rerum adeò non es ignarus, vt ſecundum tibi cognouerim ἐν τοῖς μαθηματικοῖς in his noſtris finibus neminem: vt interim taceam linguarum meliorum, ſacrarumq; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculum vſque ſummis non ſolùm laboribus, verùm etiam cum bonæ valetudinis non parua iactura conſecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos fauore hæc quamuis exigua: ac remiſſis interim grauioribus curis, ne tertiò nos aduerſa valetudine oppreſſus inuiſas, hæc leuiora perlege, corrige, ac pro cenſoris officio omnia immuta. Quòd reliquum eſt, fac vt rectiùs valetudinem tuam cures: meq; vt ſoles amare non deſinas. Vale. Louanii, quinto Calendas Ianuarii.

ARITH-

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODVS FACILIS, PER GEMMAM Friſium, Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuiſa.

PRIMA PARS.

De ſpeciebus Arithmetices.

NVmerare, eſt cuiuſuis propoſiti numeri valorē exprimere : atque etiam quemcunque datum numerum ſuis characteribus adſignare. Numerationem ego inter quatuor Arithmeticæ ſpecies non colloco. Sicut enim in alijs artibus elementa quędam præcedunt artis regulas, ita Numerationem à ſpeciebus Arithmeticæ meritò ſeparandam puto.

Duo igitur ſunt præcipua, per quæ cum Numeratio, tum quæ ſequuntur deinceps ſpecies perficiuntur, Characteres, ſiue elementa: & eorum loca.

ELEMENTA ſunt decem, quorum no- 1

uem ſignificatiua vnum non ſignificatiuum: quod, ob receptam conſuetudinem, CYPHRAM deinceps appellabimus: ſcribiturque vt litera, o, vel circulus.

Significatiua ſunt,

1, 2, 3, 4, 5,
vnum, duo, tria, quatuor, quinq;,
6, 7, 8, 9,
ſex, ſeptem, octo, nouem.

Hæ notæ ſolæ quidem tales obtinent ſingulæ valores: at ſi cum alijs coniũgantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur: quod quidem fit ob loci ſolum mutationem, quemadmodum vulgò dici conſueuit, Honores mutant mores, ita nimirum hic loca, notarum valorem augent.

Quælibet igitur notarum primo loco poſita, ſeipſam tantùm ſimpliciter ſignificat, hoc eſt, quantum ex impoſitione pri-
2 ma valet: Vt. 6. ſex, 8. octo, &c. (Primùm autem appellamus dexterum locũ: eo quòd hæc ars vel à Chaldæis, vel ab Hebræis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine ſcribunt.) Secũdo loco qui deinde læuam verſus ſequitur, nota quæuis ſeipſam decies ſignificat. Vt 80, octoginta: 70, Septuaginta, &c. Tertio deinceps loco quæuis figura ſe centies auget: vt 800, octingen-

gen-

genta: 600, ſexcenta, 200, ducenta. Cyphræ verò hîc loca tantùm occupant.

In his ergo tribus primis locis quemuis ſtudioſum primùm diligẽter exercitatum velim. Nam illis cognitis, facilè quemcunque numerum expreſſerit, etiam ſi multò pluribus conſtet elementis: Quod quidem ita facilè fiet. Diſtingue primò numerum propoſitum, virgula interiecta poſt ternas ſingulas figuras, initio facto à dextris, atque ita ad finem? Vt 3|554|560|782. Iam contrario ordine, à læua exprime omnes figuras quæ poſt vltimam virgulam habentur, ſecundum figurarum & locorum variationem: ita vt primam figuram à virgula ſimpliciter, ſecundam decies, tertiam centies enuncies, ac ſi nullæ aliæ præterea eſſent notæ. Verùm his toties hanc dictionem millies, adijce, quot ſunt à principio huc vſque virgulæ. Quod tamen vt latinè fiat, poſt primam virgulam, millia dices: poſt ſecundam, millena millia: poſt tertiam, millies millena millia: poſt quartam, millies millena millia: Atque ita infinitis deinceps modis: Qui ſanè à quarta virgula latinam (fateor) locutionem haud facilè admittent. Verùm nos artis potiùs quàm latinæ linguæ præcepta tradere vo-

luimus.Sua etiam cuique arti phraſis.

Exempli gratia, ſubijciamus huius numeri ſequentis valorem explicandum, 23456345678. Diſtinguédus erit primùm, vt diximus, interiectis vel notulis, vel virgulis, hoc pacto, 23|456|345|678. Deinde ſimul connumerentur figuræ duabus virgulis intercluſæ, hac ratione, Vicies & ter millies millena millia, quadringéta quinquaginta ſex millena millia, trecéta & quadraginta quinq; millia, ſexcenta & ſeptuaginta octo. Atque hîc obiter obſeruãdum, vti duæ figuræ proximæ à virgula ſimul pronuncientur, vt loquendi vſus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit propoſitum aliquem numerum ſuis characteribus annotare, habita ſcilicet ratione tum figurarum, tum locorum: id quod exercitio diſcentium relinquimus.

NVMERI IN SPECIES DIVIſio, quarum notitia ad ſequentium vſum non parum facit.

NVmerum authores vocant multitudinem ex Vnitatibus cõflatam. Itaque Vnitas ipſa licèt ſubinde pro numero habeatur, propriè tamen numerus non erit, ſed numerorũ omnium principium, Quem-

Quemadmodum enim ex fluxu Puncti in longum Linea deſcribitur: ita ex Vnitatibus accumulatis numerus efficitur.

Diuiditur autẽ in Digitum, Articulum, & Compoſitum numerum. DIGITVM vocamus omnem numerum denario minorem: ſuntque in ſumma nouem, ſcilicet 1,2,3,4,5,6,7,8,9: quos paulò antè Elementa ſignificatiua appellauimus. ARTICVLVS eſt numerus quicunque in decem æquas partes diuidi poteſt, eaſq; integras. Hoc eſt, omnis numerus duabus aut pluribus conſtans notis, qui in ſui principio, hoc eſt dextra parte, cyphram obtinet: Vt 10, 20, 30, 60, 100, 600, 3000, 360, &c. Sunt autem ſine numero Articuli. COMPOSITVS eſt numerus, qui ex Digito Articuloque naſcitur: taleſque ſunt omnes numeri pluribus notis ſcripti, quorum prima figura non eſt Cyphra. Verbi gratia, 24, 91, 102, 132, 1003, atque huiuſmodi infiniti.

Partiuntur etiã authores numerum in Parem & Imparem: quorum ille in partes æquas eſt diuiſibilis, hic neutiquam. 3

Poſſuntque plures aliæ numerorum diuiſiones fieri, vt in Perfectum & Abundantem: in Quadratum, Cubum, Surdum, 4

dum, &c. in Primum & non primum. Sed quoniam hæc citra ſequentium ſpecierum notitiam intelligi nequeunt, maluimus in ſuum locum tempusq́; commodũ ſeruare.

DE ADDITIONE, PRIMA SPECIE.

QVatuor omnino ſunt Arithmetices ſpecies, per quas omnes Regulę quęſtionesq́; omnes ferè perficiuntur. Vocamus autem ſpecies, certas operandi per numeros, formas: quemadmodum in Dialectica, argumentorũ formæ, quatuor comprehenduntur ſpeciebus, Syllogiſmo ſcilicet, Inductione, Enthymemate, & exemplo.

Prima harum eſt ADDITIO, quę plures numeros in vnam ſummam colligere docet. Vt finge te expendiſſe vno anno 397 aureos, altero 765. docet hæc ſpecies, duos hos numeros vna explicare, & complecti ſumma. Obſeruandum igitur primò, vti maior numerus ſuperiori loco ſcribatur, minores huic ſubſcribantur: hac lege, vt prima inferiorum primæ ſuperiorum è directo ſubijciatur, ſecunda ſecundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis, ſubtus ducatur linea: factoque initio à dex-

à dextris, collige omnes figuras primi ordinis ſiue loci in vnam ſummam: eam, ſi vnica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe omnibus primo loco poſitis: ſin verò duabus ſcribi oportet, ſcribatur dextra, reliquam ſerua vel memoria, vel ſeorſum annota. Aut ſi mauis adijce eam cum figuris ſecundo loco poſitis: factamq; ex omnibus ſummam eodem modo ſubſcribe, ſi vnica fuerit figura: ſin duæ, dextrā ſcribe, ſiniſtram ſequenti ordini adijciens: Sicque pergere non deſinas, donec omnes ordines collegeris. Atque hîc ſi in fine numerus duabus figuris ſcribendus occurrat aut pluribus, integrè ſcribatur. Iamque hoc pacto plures numeros in vnam ſummam, vltimam ſcilicet, collegiſti.

Exemplum duorum numerorum.

Addendi	2	3	0	4	5	6	
		6	7	8	2	1	
Summa	2	9	8	2	7	7	

Exemplum plurium numerorum.

Addendi	4	3	2	0	6	5	2
	9	3	0	8	7	6	5
	3	6	0	0	3	2	1
	4	3	0	8	7	6	0
		5	6	7	8	9	1
Summa 2	2	1	0	5	3	8	9

De-

Declaratio ſecundi exempli.

Omnes numeri primi ordinis efficiunt 9: ea ſubſcribo: Secundi ordinis omnes numeri, ſcilicet 9,6,2,6,5, faciunt 28: ſcribo igitur 8, & duo adijcio ſequenti tertio ordini: quæ ſimul cum alijs conficiunt 33: ſcribo 3: & 3, adijcio ſequenti ordini: atq; hîc colligo 26: ſubſcribo 6: & duo adijcio quinto ordini: quæ cum alijs faciunt 10: quare ſubnoto 0: vnitatem adijcio ſexto ordini, quæ cum hac vnitate efficit 21: annoto 1: & 2 coniungo cum vltimo ordine, qui conſtituit 22: quæ cùm in fine accidũt, ita ſubſcribo integrè, 2 2 1 0 6 3 8 9.

EXAMEN ADDITIONIS.

Collige omnes numeros addendos, per ſingulas figuras diſcurrendo, neglecto ordine figurarum: atque interim dum exceſcit numerus, abijce 9, reſiduum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris: & quod tandem poſt collectionem & abiectionem 9, relictum fuerit, annota. Nam ſi ritè operatus fueris, ſimilis figura relinquetur, ſi omnes ſummæ numeros ſi-

ue cha-

ue characteres colligas, atque interim dum potes, 9 abijcias. Sufficit hoc examē diſcentibus, alioqui certius per Subductionem ſequentē ſpeciem, effeceris operationis examen.

Addendi	9279
	389
	479
	599
	689
	779
	899
	989
	679
	299
	189
	97
	96
	112
	105
	53
	9
Summa	15462

Si interdū (quod rarum eſt) ex additione vnius loci, tres figuræ prodeant: tum prima ſcribatur ſub primis: ſecunda adijciatur ſecundo ordini: tertia tertio.

Verùm in talibus Exemplis conſultius fuerit operationem partiri in duas aut tres ſeorſum additiones: atque ſic collectas ſummas particulares, deinceps in vnam coaceruare.

DE

DE SVBDVCTIONE *ſiue Subtractione, II ſpecie.*

HAec ſpecies docet vnum numerum ex altero auferre, vt videatur reliquum, vel exceſſus duorum numerorum: contrà ſane quàm præcedens ſpecies.

Vt ſi quiſpiam debeat ex mutuo mihi 30263486 aureos, ſoluerit autem 765432: ſcire cupio quantum reſtet ſoluendum. Scribe igitur minorem ſub maiori, ita vt ſingulæ figuræ ſingulis reſpondeant, facto initio à dextris, hoc pacto.

3 0 2 6 3 4 8 6
7 6 5 . 4 3 2
2 9 4 9 8 0 5 4

Deinde aufer primam inferioris ex prima ſuperioris ordinis: vt 2 ex 6, reſtant 4: ea ſubſcribe. Simili modo ſecundam ex ſecunda: vt 3 ex 8, reſtant 5: hæc ſubſcribe. Atque ita deinceps in finem vſque pergito. Quòd ſi duæ figuræ occurrant æquales, ijs ſubſcribatur o. Vt in exemplo propoſito, tertio loco 4 ex 4, reſtat nihil: hoc ſcribimus per cyphram o. Si verò inferior figura ſuperat valore ſuperiorē, vt in quarto loco noſtri exempli accidit, 5 enim ex 3 non

non poſſunt auferri: Id quoties euenit, auferenda inferior ex 10 ſemper: quod hinc relinquitur, adijciendum ſuperiori figuræ: ſumma hæc ſubnotanda. Verùm cautè iam obſeruandum eſt, vt vnitas adijciatur figuræ inferiori proximè ſequenti. Atque tum deinceps ad finem ſecundum has leges progrediendũ. Hoc ideo fit, quia dum ſuperior inferiori minor eſt, mutuandum aliquid eſt ex ſequẽti proximè loco, nempe vnitas, quæ in propoſito loco decem valet: atque ideo facta ſubductione vnita illa ſequenti ordini inferiori additur, vt à ſuperiori auferatur. Vt quoniam quarto loco noſtri exempli, 5 non poſſunt auferri ex 3, aufero illa ex 10, reſtant 5, quæ adijcio ſuperiori, ſcilicet 3: fiunt 8: hæc ſub tribus annoto. Iam verò ſequenti inferiori addo 1: fiunt 7: quæ rurſus auferenda ſunt ex ſuperiori, 6 ſcilicet. At quoniam id non poſſum (cùm ſit maior) ſubduco 7 ex 10: reſtant 3, quæ adijcio ſuperiori 6: fiunt nouem: ea ſubſcribo: Atque iterum eandem ob cauſam ſequenti adijcio 1: fiunt octo: quæ rurſus quia excedunt ſuperiorem numerum, aufero ex 10. reſtant duo, hęc adijcio ſuperiori, fiunt 4. quæ ſubſcribo. Iam verò ſequenti figuræ mihi adijcienda fo-

ret vnitas, ſed nulla ſequitur in inferiori ordine, quare loco tantùm ſequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex ſuperiori, ſcilicet o, ſed quid auferes inde, vbi nihil eſt? Aufer igitur 1 ex 10, reſtant 9: quæ adde ſuperiori o, manent 9, ea ſubſcribe. Rurſus hic adijcienda vnitas vltimo loco inferiori: quæ ablata ex 3, ſuperiori ſcilicet numero, relinquit 2 ſubſcribenda.

Aliud exemplum.

60021039097	Numerus ex quo ſubducit.
29039916	Subducendus.
59991999181	Reſiduum.

Notãdum, ſi plures fuerint numeri ſubtrahendi ab vno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in vnam ſummã: hanc aufer ex propoſito numero.

Examen ſubductionis.

Adde numerum quem ſubduxiſti ad reſiduum: quod inde producitur, æquabit primam ſummam, ſi benè fueris operatus.

Alius modus.

Vel abijce 9, quoties poteris ex ſecundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci: reſiduum ſerua: ſimiliter ex ſumma prima ſeorſum reijce 9, quoties licuerit: quod tandẽ reſtat, æquale erit priori relicto numero.

MVLTIPLICATIO TERTIA SPECIES.

MVltiplicare, eſt ex ductu vnius numeri in alterum, numerum producere qui toties habeat in ſe multiplicatum, quoties multiplicans, vnitatem. Hoc eſt, Multiplicare, eſt numerum quemcunque aliquoties aut multoties exaggerare: Vt 23 multiplicare per 6, eſt 23 ſexies exaggerare. Quoniam verò tota hæc ſpecies ex ductu Digitorum in ſe inuicem dependet: non fuerit ocioſum, Digitorũ multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere quantũ conficiant 8 ducta in 9, hoc eſt, octies nouẽ, vel 7 in 8, &c. ſcribe 6

Digitum vnum ſupra alterum, hoc pacto. (*Digiti. diſtantiæ.*) deinde diſtantiã vtriuſque à 10, ad latus: Iam duc diſtantiam alteram in alteram: hoc eſt, pronuntia alteram aduerbialiter cum altera: Vt bis vnum, efficit 2: hæc ſubſcribe diſtantijs. Tandem aufer diſtantiam alterius per tranſuerſum ex altero Digito: reſiduum ſubſcribe Digitis, Vt 2 ex 9, vel 1 ex 8, relinquunt 7: ea ſcribe. Itaque iam inueniſti octies 9 efficere 72. Aliud exemplum. Placet indagare ſexies 7, quantum efficiant, Dico ter 4 ſunt 12: annoto 2



(*Digiti.diſtantiæ.*)ſub differentijs, vnitate ſeruata: deinde aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7:ſuperſunt 3: quibus adijcio vnitatem ſeruatam, fiunt 4: hinc colligo, ſexies 7, efficere 42. Hæc tamen regula te fallet, niſi duo Digiti ſimul iuncti plus decem efficiant. Verùm in illis ob ſummam facilitatẽ nulla opus eſt regula.

6 4
7 X 3
4 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	6	8	10	12	14	16	18	2
Qua-		9	12	15	18	21	24	27	3
	dra-		16	20	24	28	32	36	4
		ti		25	30	35	40	45	5
			nu-		36	42	48	54	6
				me-		49	56	63	7
					ri.		64	72	8
								81	9

Tabulæ vſus.

Per Tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati ſubſeruire, donec vſus te ab hac moleſtia liberauerit. Si enim maiorem Digitorum quæras in primo ſuperiori ordi-

ri ordine,minorem in dextro latere: concurſus duorum ordinum indicabit numerum quem Digitus propoſitus in alterum ductus conſtituit.

Agè igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, ſcribe vtrunq; illorum ordine ſeruato quem in Additione ſeruandum diximus: ita vt maior ſuperiorem obtineat locum. Exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas: hoc eſt, multiplicare per 24: ſcribo vtrunque eo quo diximus ordine.

2 6 7 deinde lineam 2 6 7
2 4 ſubtendo, ______ 2 4 ______

mox duco primam inferioris ſcilicet 4, in primam ſuperioris, dicens, quater 7 efficiunt 28: quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur: ſcribo, queadmodum in Additione, priorem, ſcilicet 8, altera ſeruata: alioqui ſi vnica tantùm prodijſſet figura, eam ſubſcripſiſſem: Poſtea duco eandem primam inferioris, 4, in ſecundam ſuperioris: faciunt 24: quibus adijcio 2 priùs ſeruata: exurgunt 26: priorem huius ſubſcribo, altera ſeruata: Tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam ſuperioris: fiunt 8: quibus adijcio 2 mox reſeruata: prodeunt 10: quæ integrè anno-

to, quia ad finem perducta eſt operatio. Quibus actis, perfecta eſſet Multiplicatio, ſi inferior numerus ex vnica tantùm conſtaret figura. At quoniam ex binis conſtat: priori cancellata ſiue deleta, cum altera ſcilicet 2, incedo eodem modo multiplicando in ſingulas ſuperioris vſque ad finem.

Multiplicandus		2	6	7	
Multiplicans			2	4	
	1	0	6	8	
	5	3	4		adde
Productum	6	4	0	8	

Verùm hîc obſeruandum eſt, vt prima producti numeri collocetur non ſub prima ſecundi, ſed ſub ſecunda, ex cuius multiplicatione productus eſt numerus: reliquę per ordinem deinceps componantur. Similiter ſi tres fuerint, aut plures figuræ numeri multiplicantis: eas oportet ſigillatim in omnes ſuperioris ducere: productos verò numeros ſub ſuis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine conſequi: vt in exemplis patet. Demum numeri ſic collocati; colligendi ſunt in vnam ſummam, quotquot ex Multiplicatione producti ſunt: non vt in Additione dictum eſt, primam adijciendo primæ, &c.

ſed

ſed vnaquæq; ad ſuum locum ſub quo poſita eſt collegatur: ſumma hinc proueniẽs, productus appellatur numerus, ex ductu vnius numeri in alterum.

Vt ſi Dux exercitus debeat ſoluere exercitui 67083 militũ, ſingulis 8 aureos: quæſtio eſt quãta opus ſit ſumma pecuniæ. Exurgunt quingenta triginta ſex millia ſexcenta ſexaginta quatuor aureorum.

6 7 0 8 3	Milites.
8	Aurei ſingulorum.
5 3 6 6 6 4	Aurei omnium.

Item placet reducere annos Chriſti 1536 elapſos, ad dies: Quoniam quilibet annus conſtat diebus 365, exceptis intercalaribus, multiplico 1536 per 365, prodeũt dies 560640, præter intercalares, quos in præſentiarum omittimus.

1 5 3 7	Anni.
3 6 5	Dies anni vnius.
7 6 8 0	
9 2 1 6	
4 6 0 8	
5 6 0 6 4 0	Dies omnes.

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunq;

 per

per 10, præpone multiplicando numero, o. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si verò per 100 multiplicaturus es, præſcribe duas cyphras: per mille, tres. Ac ſimili ratione in alijs, vbi vltima figura vnitas eſt, reliquæ cyphræ. Quòd ſi in his vltima non fuerit vnitas, ſed vel alius ex digitis, vel plures fuerint ſignificatiuæ: tum reiectis cyphris, quę tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint: per ſignificatiuas peragito operationem: facta tamen multiplicatione, numero producto totidem cyphras præſcribito, quot reieciſti ex ambobus. Vt 3600 multiplicatur' per 7200, reijcio quatuor cyphras. Deinde multiplico 36 p 72, exurgunt 2592: quibus præpono 4 cyphras: fiunt 25|920|000, numerus verè productus.

36
72
———
72
252
———
2592|0000|

EXAMEN MVLTIPLICATIONIS.

Examinatur Multiplicatio per diuiſionem, ſequentem ſpeciem. Si enim productum ex Multiplicatione numerum diuidas per alterum multiplicantium: neceſſe eſt alterum prodire. Neque eſt quòd aliam expe-

expectes examinandi viam. Nam aliæ vulgares & falſæ ſunt, & nullo innixæ fundamento. Diſce igitur priùs Diuiſionẽ, quàm examini intendas.

DVPLICATIO ET MEDIATIO.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem aſsignare ſpecies diſtinctas à Multiplicatione & Diuiſione. Quid verò mouerit ſtupidos illos neſcio, cùm & finitio & operatio eadem ſit.

Duplare enim eſt per duo multiplicare. Mediare verò, per duo partiri. Quòd ſi hæ operationes ſint diſtinctæ, infinitę iam nobis exorientur ſpecies, triplatio, quadruplatio, &c. Sed ſatis de illis.

DIVISIO, QVARTA SPECIES.

DIuidere eſt numerum quemcunque in quotuis partes partiri: quod alij ſic finiunt: Diuidere, eſt numerum producere, qui toties vnitatem complectatur, quoties Diuidendus Diuiſorem. Numerum enim propoſitum, quem partiri volumus, Diuidendum appellamus. Numerus verò per quem Diuiſio perficienda eſt, Diuiſor appellatur: is eſt, qui partes denotat, in

quas alterum diuidere volumus. Vt 24 per 6 diuidere, eſt 24 in ſex partes ſecare. Diceturque hîc 24 Diuidendus: 6, Diuiſor: 4, Productum, ſiue productus numerus.

Praxis. Scribe Diuidendum ſuis characteribus, loco ſuperiori: Diuiſorem ſub illo, contrario atque hactenus docuimus ordine: vltimam figuram ſub vltima collocando, penultimam ſub penultima, & reliquas eodẽ ordine, facto initio à ſiniſtris.

8 6 2 8 Exemplum primum.
2 8 Diuiſor.

Si tamen vltima Diuiſoris ſiue inferioris figura excedat vltimã Diuidendi: conſtitues vltimam Diuiſoris ſub penultima Diuidendi: reliquas (ſi quę ſint) ex ordine.

8 6 2 8 Exemplum alterum.
9 2 Diuiſor.

Quibus exactis, vide quoties Diuiſor habeatur in numero ſupraſcripto: Quod vt facilè fiat, quando Diuiſor eſt duarum vel plurium figurarum: facies quæſtionẽ non de toto Diuiſore, ſed de ſiniſtra tantùm figura. Vt ſi diuidendi ſint 433656 aurei 72 hominibus: primum non colloco 7 ſub 4, quoniam vltima Diuiſoris, ſcilicet 7, excedit vltimam Diuidendi, ſcilicet 4: ſed ſub 3: deinde binarium reliquum. Iam inqui-

quirendum quoties 72 in 433: is enim numerus eſt ſupraſcriptus: Quod vt facilè colligam, dico quoties 7 in 43, numero ſcilicet ſupraſcripto? quoniam ergo ſexies reperio cõtineri, ſcribo 6 ad dextram poſt curuam lineam ſiue lunarem. Ea multiplico in totum Diuiſorem, exurgunt 432, ſcribenda ſub Diuiſore, primam ponendo ſub prima Diuiſoris, reliquas ex ordine deinceps. Deinde aufero eundem hunc numerum ex ſuperiori diuidendo numero: reliquum ſupra eundem Diuiſorem anno to, vt patet in exemplo.

~~0~~	~~0~~	1				
~~4~~	~~3~~	~~3~~	6 5 6			
	7	2		Diuiſor		(6
4	3	2				

Hæc ergo vna eſt operatio Diuiſionis: quam ſi rectè intellexiſti, nihil eſt quod te remoretur in tota reliqua diuiſione. Oportet autem poſt vnamquamq; huiuſmodi operationem, minorem reſtare numerum ſupra Diuiſorem, quàm ſit Diuiſor ipſe.

Perfecta igitur vna tali operatione, ſi plures reſtant figuræ Diuidendi numeri verſus dextram, à quibus non fuit facta ſubtractio: transfer Diuiſorem vno loco deinceps verſus dextram: ita vt iam vltima

Diui-

Diuiſoris eam occupet ſedem, quam antea penultima obtinuit: Aut breuiùs, vt quælibet figura vno loco dextram verſus transferatur.

I
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ 656 (6
7 2

Deinde iterum vt priùs inquiratur: quoties Diuiſor in numero ſupraſcripto contineatur, facta vt antea quæſtione de vltima figura Diuiſoris. Numerus is adſcribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem ſecludi iuſsimus: quæ etiã ducatur in Diuiſorem: & productus numerus è ſuperiori auferatur: non aliter quã anteà dictum eſt.

Atque eo ordine & modo pergendum eſt diuidendo, multiplicando, & auferendo, donec prima Diuiſoris perducta fuerit ad primam Diuidendi: ſub qua, facto huiuſmodi proceſſu poſt ſubtractionem: ceſſabit Diuiſionis operatio. Nam numerus qui poſt lunarem lineam continetur, iudicabit quoties Diuiſor in Diuidendo numeretur. Hinc & inualuit, vt hic numerus, Quotiens appellaretur apud vulgares. Verùm hîc notandum, ſi quando poſt tranſlationem Diuiſoris, hic in Diuidendo numero

mero ſupraſcripto, nullo modo contineatur (quod fit, dum minor eſt) tum ſcribenda eſt cyphra poſt lineam curuam, ſiue (vt dicunt) in Quotiente: & tum transferendus rurſus Diuiſor ad proximum locum: atque ibi operandum, vt iam dictum eſt.

Vt in præſcripto exemplo, poſt translatum Diuiſorem, quærimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in vno ſupraſcripto: At cùm non ſemel habeatur, noto cyphram apud 6 in quotiente.

o o 1
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ 656 (60
72

Atque rurſus translato Diuiſore, quæro quoties 7 in 16? quoniam verò bis habetur, noto 2 apud alias notas poſt lunarem lineam poſitas, factaq; multiplicatione & ſubtractione. Et tandem.

o o ~~1~~ ~~2~~ ~~1~~
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~6~~ ~~5~~ 6
7 2 (602
1 4 4

translato Diuiſore, quæro quoties 7 in 21. ſcribo 3 apud reliquas notas Quotientis: factaque multiplicatione & ſubtractione, nihil reſtat.

Sed

0 0 1 2 1
4 3 3 6 5 6
7 2 (6023
2 1 6

Sed neque illud prætereundum, ſi interim ex multiplicatione Digiti iam ſcripti poſt lineam lunarem, in Diuiſorem, plus exurgat, quàm ſupra Diuiſorem ſcribitur: tum delendus erit ille Digitus, & ſcribendus vnitate minor, idq́ue eouſque faciendum, donec ex multiplicatione, numerus minor ſuperiori euadat, vel æqualis. Vt ſi velim diuidere 200 aureos per 38, quæro quoties 3 in 20. ſcribo igitur primum 6. Sed quoniam ſexies 38, ſcilicet 228, plus valent quàm 200: deletis 6, pono in locum eorum, 5: quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor eſt ſuperiori, aufero ab ipſo: reſiduum ſupra ſignando, reliquaq́ue perficiendo, vt antea diximus.

1
2 0 0
3 8 (6 $5\frac{10}{38}$
1 9 0
1 2 5 (20 $\frac{5}{6}$.
6 6

Si igi-

Si igitur nihil poſt huiuſmodi diuiſionem reſtiterit, integrè factam eſſe partitionem ſignificat: Sin aliquid reſiduum fuerit, illud ſupra Diuiſorem aſcribas poſt numerum Quotientem, interiecta per medium linea. Vt ſi diuidam 125 per 6, reſtabunt 5: quę ſic adnoto poſt numerum productum (20$\frac{5}{6}$. Quid verò huiuſmodi numerus ſignificet, dicetur in fractis.

Exemplum igitur cape tale: Proponuntur 7336268 dies, quæriturque quot conficiant annos Aegyptios: Diuido igitur propoſitum numerum per 365 dies vnius anni: proueniunt 20099 anni, & 133 dies. Operationem verò diligenter perſpice quam adſcripſimus.

```
         1  3
0 0 0 3  4  1 1
7 3 3 6  2  6 8     (20099. 133/365
3 6 5 3  6  5
  3 6 5  3  6 5
    3 6  5
```

Compendia aliquot Diuiſionis.

Diuiſurus quemcunque numerum per 10, aufer ex dextera parte vnicam, eamque primam figurã, reliquæ enim figuræ, productũ oſtendunt; ablata, reſiduũ. Vt 3708,

diui-

diuidendo per 10,exurgunt 370,reſtantq́; 8. Simili ratione diuidens per 100, aufer duas primas dextras tanquam reſiduas:per mille,tres:p 1000, quatuor: atq; deinceps, ſi vltima fuerit vnitas,reliquæ cyphræ.

Examen.

p 10000-4 Facturus periculũ recténe an ſecus peracta res ſit, multiplica numerum productum,ſiue (vt vocăt) Quotientem per Diuiſorem: ſummæ, ſi quid poſt diuiſionem ſupererat,adijce:Prodibit enim,ſi benè res habet,numerus diuidendus.

De Mediatione, ſiue per duo ſectione.

Mediationis operationem finitio ipſa indicat: Eſt enim per duo partitio, quarę hìc præter exemplum nihil adiecero.

Mediatio.

1 1 1

4 3 6 7 2 1 3 6 (21836068

2 2 2 2 2 2 2 2

Hæ ſunt igitur quatuor illæ ſpecies Arithmetices, per quas omnia quæcunque deinceps dicenda ſunt, vel quæ per numeros fieri poſsibile eſt,abſoluuntur. Quare eas, quiſquis es,ante omnia perdiſcas.

DE

DE PROGRESSIONE.

PRogreſsionis in hoc loco vſum non reperio alium, quàm additionis compendium. Habet tamen haud contemnendam vtilitatem, cùm in quæſtionibus varijs, tum maximè in Geometricis conſiderationibus; vbi variæ ex Progreſsionum natura conficiuntur regulæ. Verùm nos inſtituti rationem habentes noſtri, breuiſsimis totum abſoluemus negotium. Progreſsio igitur, ordinata, numerorum plurium ſeries vocatur. Ordinata autem erit, ſi æqualibus exceſsibus ſe mutuò per ordinem exceſſerint numeri: Vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, &c. Item 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12: Vel 2, 4, 6, 8, 10. Item 5, 8, 11, 14, 17. At talis Progreſsio, Arithmetica nominatur. Si verò per ſimilem numeri incedunt proportionem ſiue rationẽ, hoc eſt, vt quilibet præcedentem proximè toties complectatur, quoties ſecundus primum: tum huiuſmodi Progreſsio, Geometrica appellatur: Vt 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. Hic igitur quilibet numerus proximè præcedentem bis continet: in ſequenti, quater, 1, 4, 16, 64, 256, 1024. In Progreſsione igitur Arithmetica, omnium numerorum ſumma ſic colligitur per compendium. Primò quot ſunt

numeri addendi vide: numerum hunc nota: Deinde primum Progreſsionis poſtremo adijce: ſummã hanc itidem nota. Duc igitur dimidium alterius horum numerorum in alterũ: prodibit omnium ſumma: Vt 6,10,14,18,22,26,30,34,38,42,46. Hîc ſunt 11 numeri: Primus verò cum vltimo, hoc eſt, 6, & 46, conſtituunt 52. Per dimidium huius, nempe 26, multiplico 11: prodeunt 286. atque hæc eſt ſumma omnium. Itidem 3,6,9,12,15,18,21,24. Hîc 8 ſunt numeri Progreſsionis: primus cum poſtremo 27 conficiunt: quæ multiplico per 4, dimidium ſcilicet ipſius numeri reliqui: fiunt 108, ſumma omnium.

Poteſt quoq; poſtremus Progreſsionis cognoſci abſque medijs hoc modo. Libet colligere ſummam 100 numerorum ternario auctorum, facto initio à 10: quæritur ſumma. Igitur quoniam primus eſt 10, reliqui 99, & numeri ternario addito excreſcũt: Multiplica 99 per 3, exurgunt 297: quæ adde primo: fiũt 307. Hîc eſt vltimus progreſsionis numerus. Hunc igitur adde primo: fiunt 317: quem numerum duc in dimidium omnium numerorum, hoc eſt in 50: colliguntur 15850, quæ eſt ſumma 100, numerorum ternario aſcendentiũ, à

denario facto initio. Econtra verò, dato primo Progreſsionis numero,&poſtremo ſimiliter, itemq́ue exceſſu cognito:multitudo numerorum Progreſsionem conſtituentium ſic colligetur. A poſtremo aufer primum, reſiduum partire per exceſſum: oſtendit huiuſmodi operatio, quot ſint numeri Progreſsionis præter primum. Vt in exemplo præcedēte,ſit primus Progreſſionis,10:poſtremus,307:exceſſus,3. Aufer 10 ex 307:reſtāt 297:quæ diuide per 3:prodeunt 99: tot ſunt numeri Progreſsionis præter primum: itaque omnes erunt 100.

Iam verò ad Progreſsionem Geometricam venientes,ſic colligemus ſummā plurium numerorū aliqua proportione præcedentium, hoc eſt, continua multiplicatione vnius numeri productorum. Poſtremum igitur Progreſsionis numerum multiplica per eum per quem reliqui multiplicādo procreati ſunt, & vnde ꝓportio Progreſsionis nomen habet: à producto hoc, aufer primū Progreſsionis numerum:reſiduum deinde partire per numerum vnitate minorem, quàm is eſt per quem multiplicaſti:ſic colligetur omnium ſumma. Vt 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, 4374, 13122: poſtremum omnium multiplica per 3 (vt

reliquos multiplicatos vides,) fiūt 39366. hinc aufer primum: relinquuntur 39364: hunc numerum partire per 2, qui eſt numerus vnitate minor ternario. eſt ergo ſumma omnium, 19682. In proportione dupla, diuiſione non eſt opus: quia vnitas non diuidit. At quoniam tædioſum eſt omnes illos numeros Progreſsionis per multiplicationem vſque ad vltimum producere: ſubijciam & huius negotij compendium.

Primum multiplica per ordinem, aliquot Progreſsionis numeros: quibus in ordinem digeſtis, ſubſcribe naturali ſerie numeros, facto initio ſub ſecundo: ſub primo verò ſcribe 0, vt vides in exemplo annotato.

3.	9.	27.	81.	243.	729.
0	1.	2.	3.	4.	5.

Ex his paucis breui in infinitum quaſi progredi licebit. Si enim duos quoſcunque ex his numeris inuicem multiplicaueris, productumque per primum diuiſeris: producetur numerus eo loco ponendus, quem duo numeri ſubſcripti numeris multiplicatis, additione facta indicabunt. Vt ſi 729, per 243, multiplicaueris, conſurgent 177147: quę per primum, hoc

eſt 3, diuiſa, eliciunt 59049. Hic eſt numerus nono loco ponendus, eo ordine quo numeri ſubſcripti ſunt: idq́ue propterea quòd numeri ſubſcripti duobus multiplicatoribus 4, & 5, efficiunt 9, ſimul additi. Hunc numerum poſtremò inuentum ſi in ſeipſum duxeris, & productum per primum diuiſeris: elicies numerum decimo octauo loco ponendum: quia 9 & 9, efficiunt 18. Sic quoque ſi 729 in ſe duxeris, ac vt diximus, diuiſeris per primum: producetur numerus decimus à ſecũdo: quia ei ſubſcribuntur 5: quæ bis accepta, faciunt 10. Quando autem primus Progreſsionis numerus vnitas eſt, tum diuiſione per primum non eſt opus, vt quiuis facilè collegerit.

Eſt & aliud compendium harum Progreſsionum. Si enim primum numerum multiplicaueris per numerum proportionis in ſe ductum ſemel, ac ſi deinceps per eundem multiplicantem progreſſus fueris: produces numeros Progreſsionis alternis locis ponendos. Item ſi numerum proportionis bis in ſeipſum duxeris, ac per hoc productum, quod cubum vocamus, progreſſus fueris: habebis numeros ternis locis ponendos. Exempli gratia,

Volo in proportione ſiue habitudine tri-
pla,progredi citò,facto initio à 4. Igitur 3,
numerum proportionis multiplico in ſe,
fiunt 9: atque hunc numerum rurſum per
3 multiplico, fiunt 27. Igitur ſi 4 per 27
multiplicauero fiet 108,numerus tertio lo
co ponendus à ſecundo. Quòd ſi eundem
hunc rurſum per 27 auxero: fient 2916,nu
merus ſexto loco collocandus à ſecundo,
hoc eſt,ſeptimo à primo. Eodem modo,ſi
3 in ſe ter duxero, fient 81: per hunc ſi pro-
greſſus fuero, multiplicando & reliquos
productos: producam numeros quarto,
octauo, duodecimoque loco ponendos:
hoc eſt,tribus ſemper intermiſsis Progreſ-
ſionis numeris. Sic igitur facilè ad vlti-
mum Progreſsionis numerum deuenie-
mus: ſummamque omnium ex præſcripta
via colligemus.

DE REGVLA PROPORTIONVM, SIVE TRIVM Numerorum.

SOlent alij poſt ſpecies iſtas prædictas,
ingerere diſcentibus mox alias ſpecies,
Fractorum,ſiue minutiarum: ingenia ipſo
rum præceptis ſine vſu obruentes. Mihi ſa
tius viſum eſt, mox vſum ſpecierum qua-
lemcun-

lemcunq; per Regulas indicare, ne recẽns iacta fundamenta ſine vſu collabantur. Huic igitur rei maximè quadrabit Regula illa nunquam ſatis laudata, Proportionũ, ſiue Regula Trium. Quæ ideo hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris, quartum ignotum doceat elicere. Res breuis eſt & facilis, vſus immenſus, cùm in vſu communi, tum in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis.

Praxis igitur talis eſt: Multiplica tertium per medium: quod hinc exurgit, partire per primum: numerus ex diuiſione ſurgens, oſtendet numerum quem inquirebas. Quod ſi rationem huius rei cupias, vide Euclidis decimam nonam ſeptimi, & alias eò pertinentes.

Vt ſi talis proferatur in medium quæſtio, Pro tribus menſibus ſoluendi ſunt 20 aurei, quot oportebit ſoluere per 9 menſes? Duc 9 per 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei, ſoluendi pro 9 menſibus.

Menſes	Aurei	Menſes
3	20	9
	9	
	180	
	3	(60 aurei.

 Artifi-

Artificium verò magis conſiſtit in collocandis ordine numeris, quàm operatione: quod hac via facilè fit: Cùm tres ſint ſemper cogniti numeri, vnus tantùm habet quæſtionem ſibi annexam: hic ſemper tertius eſto: Primus verò erit numerus alter, qui de eadem eſt re: Secundus, ſiue medius, qui relinquitur.

Exempli gratia, Facta quæſtione, 7 vlnæ panni conſtant 13 aureis, quot vlnas emero pro 39 aureis? Tertius erit hoc exemplo numerus, 39: quòd huic quæſtionis nota adijciatur. Primus igitur ac Diuiſor, 13: quoniam eandem rem cum tertio, ſcilicet aureos, denotat: Medius 7, quem duc in 39, exurgunt 273. Hunc numerum ſi per 13 partiaris, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

Aurei	Vlnæ	Aurei
13	7	39
	39	
	273	(21 vlnæ.
	31	

Oportet igitur primum numerum cum tertio eiuſdem eſſe rei & nominis, Vt ſi talis quæſtio fiat, Per annum exoluo 80 aureos, quantum 7 diebus? non rectè collo-

cati

tati ſunt numeri, eo quòd primus maioris temporis ſit, quàm vltimus. Oportebat igitur dixiſſe: 365 diebus perſoluo 80 aureos, quot 7 diebus? Aut, 52 hebdomadis expendo 80 aureos, quot vna? neceſſe eſt enim vtrobique vel annos, vel dies, vel quamcunque eiuſdem nominis rem per numerum denotari.

Collocatis numeris ordine præſcripto, ſi diuidas tertium per primum, Quotientem multiplices per medium: idem prodibit ac ſi priori modo fuiſſes operat⁹. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num benè operatus fueris.

	23	48	69
		3	23
productus		144	(3

Item ſi diuidas ſecundum per primum, quotientem ducas in tertiam: idem etiam prodibit. Vt 22 dant 66, quantum 106? diuide 66 per 22, exeunt 3: quæ duc in 106, prodeunt 318. Rurſus ſi vides primum & ſecundum diuidi poſſe facilè per aliquem tertium: pone Quotientes ipſorum loco primo, & ſecundo: tertio non variato: fiet hac via facilis operatio.

12	36	367
	pone	
2	6	367

Vel demùm,ſi primus cum tertio, communem diuidentem admittunt, repone Quotientes huiuſmodi loco ipſorum, me dio non euariato: reliquam deinde proſequens doctrinam Regulæ.

Huiuſmodi multa collegerit facilè, qui in demonſtrationibus Geometricis fuerit mediocriter verſatus. Quæ verò diſcentibus ſat eſſe putaui, non piguit adijcere: per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. Si enim per varias huiuſmodi dictas vias ad eundem attigeris ſcopum, rectè operationem te inſtituiſſe audacter credas.

SECVN-

SECVNDA PARS

DE FRACTIONIBVS SIue Minutijs.

FRactiones, minutias aut partes appellam' numeros integræ rei partes ſignificantes: vt $\frac{1}{2}$, ſemiſſem ſignificat $\frac{1}{4}$, quadrantẽ ſiue quartã partẽ: $\frac{3}{4}$ Dodrantẽ, aut tres quadrantes. Scribũtur duobus numeris: ſuperiorẽ, Numeratorem: inferiorem, Denominatorem appellant: hũc, quòd denotet, quot in partes Integrũ ſecari oporteat: illum, quia quot huiuſmodi ſumendæ ſint particulæ, numeret. Veluti $\frac{3}{7}$, hîc inferior denotat Integrum diuidẽdum in 7: ſumendas tamen tãtùm tres ſeptimas innuit ſuperior. Cùm igitur duo hi fuerint ęquales, ſemper Integrum tantùm denotat: vt $\frac{12}{12}$. Cùm ſuperior maior eſt, plus Integro: cùm minor eſt, minus Integro ſignificat. Quantumq́; in ſumma, ſuperior ab inferiori abeſt: tantùm ab integro minutiæ ſuperantur.

Sunt etiam Fractionũ, vt vocãt, Fractiones: ſiue Minutię Minutiarũ: quæ rarius occurrunt: Scribuntur autem per plures ſimplices minutias: vt $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$, ſignificant tres quadrantes ſemiſſis, vel dimidium dodrantis.

Item

1	1	3	4	5	6	7	Integrum.

1	2	3	$\frac{6}{7}$

1	2	3	4	$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}$

Item $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, hoc eſt tres quartæ duarum tertiarum ex 6 ſeptimis: hoc eſt Integri diuiſi in 7, capę 6 particulas: quas rurſus ſeca in tres: harum accipe duas: quas diuide in quatuor: tandem tres huiuſmodi ſignificantur particulæ.

Quotieſcunq; igitur tales occurrerint, mox ad ſimplices reducito, priuſquã aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto, Multiplica primum ſuperiorem in ſecundum, & ſi plures adſint, productum in tertium: ſummam ſuperiori loco ſcribe. Similiter primum inferiorem duc in ſecundũ, productum in tertium: ſummã ſubſcribe priori ſummæ interpoſita lineola, vt in exemplis prioribus $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{3}{8}$ tres octauas integri. Item $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, duc 3 in 2, exeunt 6, quæ duc in tertium, ſcilicet 6: fiunt 36, quæ pone hoc pacto $\frac{36}{}$: deinde 4 in 3. fiũt 12, quæ duc in 7, exurgũt 84: ea ſubſcribe ſub alijs, ſic $\frac{36}{84}$, hoc eſt, 36 octogeſimæ quartæ.

Fractiones quæ plus Integro valent, reduces ad Integra, diuidendo. Numeratorem

rem per Denominatorem: quotiens integra valet: reſiduũ ſupraſcribe Diuiſori ſiue Denominatori: vt $\frac{806}{7}$ valent 115 & $\frac{1}{7}$.

Integra contrà conuertes in partes, multiplicando numerum Integrorum per Denominatorem partium: Vt 64, reduces in quadrantes, ſi multiplicaueris 64 per 4, exurgunt $\frac{256}{4}$.

At ſi integris Minutiæ annexæ ſint, eas in vnam Fractionem ſic colliges: Multiplica Integrorum numerum per Denominatorem Fractionis annexę: producto adiunge Numeratorem Fractionis annexæ: habes Numeratorem Fractionis, ſubſcripto eodem Denominatore, vt 23 & $\frac{2}{3}$, valent $\frac{71}{3}$. Nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2. Hæc res vſui eſt in Multiplicatione & Diuiſione, & Regulis ſequentibus, vt facilior fiat operatio.

Cùm verò Fractionum numeri nihil ſignificent, niſi ſecundum proportionem ſuperioris ad inferiorem: fit vt pluribus numeris eadem res notetur: commodiſſimum tamen eſt, quàm minutiſſimis ſcribi numeris. Si igitur maioribus numeris ſcriptam Fractionẽ, placet minutiſſimo quàm poteſt fieri numero exprimere: inquire numerum quemcunque qui ambos, ſuperiorem

rem ſcilicet & inferiorem, ita exactè diui-
dat, vt nihil ſuperſit: Quotientes enim ta-
les idem cum priori ſignificant. Vt $\frac{9}{12}$ diui
de 9 per 3: exeunt 3: Item 12 partire per 3:
exurgunt 4. Dicimus igitur, $\frac{3}{4}$ idem valere
cum $\frac{9}{12}$. Si verò ob imperitiam numerum
hunc diuidentem non potes inuenire: au-
fer ergo minorem ex maiori, deleto illo à
quo fit ſubtractio: rurſusq́; minorem pro-
poſitorum à maiori, donec fiant duo nu-
meri pares: Qui ſanè indicant numerum,
per quem ambo diuidi habēt, vt ad mini-
mam deueniant proportionem. Iſtius rei
doctrina pēdet ex prima ſeptimi Euclidis.
Exempli gratia, $\frac{27}{81}$, aufero 27 ex 81, reſtant
54: hinc rurſus 27, reſtant 27. Si ergo diui-
das vtrūq; per 27, prodit $\frac{1}{3}$: quæ idem valet
cum $\frac{27}{81}$: cùm ſit eadem proportio ſuperio-
ris ad inferiorem. Item $\frac{27}{63}$, aufer 27 ex 63,
reſtant 36: hinc aufer 27, reſtant 9: quæ au-
fer ex 27, reſtant 18: hinc deinde 9, reſtant
10 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9: videbis $\frac{3}{7}$ idem
valere cum $\frac{27}{63}$.

Compendiũ, Si & ſuperiori & inferiori
adſint initio Cyphrę, abijce illas: $\frac{200}{500}$ enim
non plus valent nec minus quàm $\frac{2}{5}$: Et $\frac{300}{870}$
valent $\frac{30}{87}$. oportet enim vtrique æquè mul
tas adimere Cyphras. $\frac{10}{20}$ valent $\frac{1}{2}$.

Valo-

Valorem Fractionis in quocunque Integro ſic inuenies, Multiplica ſuperiorem per partes integri notas: productum partire per inferiorem: videbis quot huiuſmodi notas partes valeat Fractio. Vt quoniam priſcis Romanis Libra valebat 48 Aureos, quorum ſinguli æſtimati erant ad 25 Denarios: volo ſcire quantum valebant $\frac{3}{5}$ vnius Libræ. Multiplico igitur 48 per 3, fiunt 144: quæ diuido per 5: Colligo igitur 28 Aureos & $\frac{4}{5}$ Aurei: Ideoque rurſum multiplico 25 per 4, productumque diuido per 5, ſic colligo 20 Denarios. Vnde pronuncio, $\frac{3}{5}$ vnius Libræ apud Romanos, valuiſſe 28 aureos & 20 denarios. Eodem modo colliges & apud nos $\frac{3}{4}$ dimidij Angelati, & cæt. (vt vocant) quot Solidos valeant. Multiplica 3 per 5, cùm tot ſint nummi Solidi dicti in dimidio Angelati, exurgunt 15: quæ partire per quatuor: habes 3 Solidos & $\frac{3}{4}$ Solidi. Iterum multiplica 3 per 12 Aſſes ſiue Stuferorum ſemiſſes, aut (vt noſtri vocant) Groſſos, quæ Solidum efficiunt: exurgunt 36: quæ partire per 4: habes 9 Groſſos. Similiter ſi alia propoſita ſit moneta, vel res quæcunque: per valorem eius notum, agendum vt diximus.

Redu-

Reductio ad eandem Denominationem.

Partes variæ Denominationis non poſſunt commodè adinuicem addi, neq; ab-inuicem auferri: vt tertiæ partes cum quartis partibus: quemadmodum diuerſorum numiſmatum numeros in vnam ſummam non colligimus. Oportet igitur ante Additionem & Subductionem, partes variè denominatas ad eandẽ Denominationem reducere: Quod ſic fit.

Sint, exempli gratia, $\frac{2}{3}$ addendæ cum $\frac{4}{5}$, Multiplica Denominatores inuicem: vt 3 in 5: fiunt 15: qui erit Denominator communis vtriuſq; Fractionis. Deinde duc Numeratorem primæ Fractionis in Denominatorem ſecundæ: ſcilicet 2 in 5: fiunt 10: prodit Numerator primæ Fractionis. Itidem duc Numeratorem ſecundæ in Denominatorem primæ, ſcilicet 4 in 3: fiunt 12, Numerator ſecundæ Fractionis. Igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ idem valent: ſimiliter $\frac{12}{15}$ cum $\frac{4}{5}$. Ac iam ſunt reductæ in eandẽ Denominationem, ſcilicet decimasquintas. Atque hic Canon generalis eſt, habetque ſuum robur ex 17 ſeptimi Euclidis.

Praxis

Praxis $\frac{2}{3}$ X $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}\ \frac{4}{5}$ — $\frac{10}{15}\ \frac{12}{15}$

Valent

$\frac{10}{15}$ $\frac{12}{15}$

Si fortè Denominator alterius contine-tur aliquoties exactè in altero Denomina tore maiore, vide quoties id fiat: Vt $\frac{3}{4}$ cum $\frac{5}{12}$, hîc 4 in 12 continentur ter. ergo per 3 multiplica Numeratorem Denominatoris minoris, ſcilicet 3: fiunt 9: quę pone pro Numeratore, ſubſcripto maiore Denominatore. Dico igitur $\frac{9}{12}$ idem valere cum $\frac{3}{4}$: & iam habere eandem Denominationem cum $\frac{5}{12}$. Rurſus ſi alter alterum non contineat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continentur numero,

$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$
Valent	
$\frac{9}{12}$	$\frac{5}{12}$

Vt $\frac{5}{12}$ cum $\frac{7}{18}$, hic 12 & 18, ſe mutuò non continent exactè, ſed vterque continetur in 36: Tum vide quoties prior Denominator continetur in tertio, 36: & per Quotientem multiplica Numeratorem eiuſdem Fractionis, ſcilicet 5 per 3: fiunt 15, Numerator prioris Fractionis. Simili ratione vide quoties alter Denominatorum continetur in tertio, ſcilicet 18 in 36: per quotientem, 2 ſcilicet, multiplica Numerato-

Multiplicatio.

Duc Numeratorem in numeratorem: & Denominatores ſimiliter in inuicē: quod ex multiplicatione Numeratorum prouenerit, erit Numerator: reliquum ex multiplicatione Denominatorum, Denominator. Vt $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando, proueniunt $\frac{15}{28}$.

Si Fractiones in Integra ducere placuerit, duc Integra in Numeratorem Fractionis, ſubſcripto eiuſdem Denominatore. Vt $\frac{5}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{100}{12}$, hoc eſt $8\frac{1}{3}$.

Diuiſio.

Multiplica Numeratorē diuidendi nu- 12
meri per Denominatorem Diuiſoris: prouenit Numerator: cōtrà Denominatorem diuidendi per Numeratorē Diuiſoris: exurgit Denominator. Veluti diuidēdę ſunt
$\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$: duc 2 in 5: fiunt 10: Similiter 3 in 4, 13
efficiunt 12. Sunt ergo $\frac{10}{12}$, ſiue $\frac{5}{6}$ Si Denominatores ſunt ſimiles, diuide Numeratorem diuidendi per alterum. Vt $\frac{27}{32}$ diuidēs per $\frac{3}{32}$, produces 9. Si numeratores fuerint pares, tunc Denominatorem Diuiſoris ſuperſcribe Denominatori diuidendi. Vt $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{8}$ faciunt $\frac{8}{4}$, hoc eſt, 2. Contrà, $\frac{3}{8}$ per $\frac{3}{4}$, efficiunt $\frac{4}{8}$, ſiue $\frac{1}{2}$. Si aliter Numeratorum

alterum aliquoties continet, per illũ Quotientẽ multiplica Denominatorẽ minoris Numeratoris: productũ erit Numerator, ſi minor Numerator fuerit Diuiſoris: ſi diuidendi, Denominator: reliquus numerus qui minutias perficiet, erit Denominator maioris Numeratoris. Exempli gratia, $\frac{3}{5}$ diuidendæ ſunt per $\frac{12}{13}$: quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplica 5 per 4: ſunt 20 Denominator, Numerator verò 13, & proueniunt $\frac{13}{20}$. Contrà, ſi $\frac{12}{13}$ diuidas per $\frac{3}{5}$, exurgunt $\frac{20}{13}$.

$\frac{3}{5}$ per $\frac{12}{13}$ fiunt $\frac{15}{20}$

Huiuſmodi plura licet inuenire compendia: ſed diſcentibus hæc ſufficiant. Si vel Integra per Fractiones, aut contrà, has per illa diuidere placeat: ſubſcripta Integris vnitate, operare tum multiplicando, tum diuidendo, ac ſi fractiones eſſent, Vt 7 per $\frac{3}{4}$ diuidendo, exeunt $\frac{28}{3}$, hoc eſt 9 $\frac{1}{3}$. Contra $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{1}$ diuidens, elicies $\frac{3}{28}$. Si Integra cum Fractis occurrant, ea primùm in vnam Fractionem reducito per Canones Reductionum.

REGVLA TRIVM IN MINVTIIS.

COllocatis (vt paulò ante Fractionum tractatum docuimus) tribus numeris: vt quar-

vt quartum elicias ignotum, Multiplica tertium in ſecundum: productum diuide per primum: producetur quæſitus & ignotus numerus: obſeruatis omnibus quæ illic obſeruanda diximus.

Exempli gratia, $\frac{3}{4}$ vlnæ væneunt $\frac{2}{3}$ aureis, quanti emam $\frac{5}{6}$ vlnæ? Multiplica $\frac{5}{6}$ per $\frac{2}{3}$: proueniunt $\frac{10}{18}$, ſiue $\frac{5}{9}$: has diuide per $\frac{3}{4}$: exurgunt $\frac{20}{27}$. Quantum verò hæ valeant in vnoquoq; genere, docuimus antea inueſtigare. Si aliquo loco fuerint integræ ſolæ: ipſis ſubiecta vnitate, ſimilis erit operatio cum Minutijs. Veluti $\frac{10}{1}$ vlnæ emuntur $\frac{12}{1}$ aureis, quanti $\frac{35}{4}$? Multiplica $\frac{12}{1}$ per $\frac{3}{4}$: erunt $\frac{36}{4}$, ſiue $\frac{9}{1}$: quæ diuide per 10: erunt $\frac{9}{10}$ aurei.

Si Fracta cum Integris occurrant, ea ad vnam Fractionem reducito per regulas Reductionum.

Si verò res plures concurrant vno in loco, Veluti ſi vno anno cum tribus menſibus & tribus hebdomadis, expendo 200 aureos, quantum debeo pro 7 menſibus? Tum omnes illas res reducito ad minimã omnium. Veluti hoc in loco ad hebdomadas, ſumendo pro anno 52 hebdomadas: pro tribus menſibus, 12. quibus adiunge 3, fient 67 hebdomadæ. Simili ratione fac ex

7 menſibus 28 hebdomadas: Ac tum reliqua perfice pro regulæ forma.

REGVLA TRIVM EVERSA.

IN præcedentibus omnibus exemplis ac
alijs infinitis, ſemper ea eſt ratio quarti
numeri ad tertium, quæ eſt ſecundi ad pri-
mum. Atque ideo quanto tertius maior
fuerit, tanto & quartus. In quibuſdam ve-
rò exemplis, contraria penitus ratio eſt: ita
vt quanto tertius maior fuerit, tanto quar-
14 tus minor euadat. Veluti ſi modius tritici
væneat 5 aureis, tum pendet panis vnius
Stuferi, quatuor Libris: quæſtio eſt, quan-
tum deprimet panis eiuſdem precij, dum
eadem menſura tritici valet tantùm 3 au-
reos? Item, Emit quidam 20 vlnas panni
latitudinem habentis 2 vlnarum: in quæ-
ſtionem vocatur, ſi velit ſubducere aut tu-
nicas, aut aulęa: quot vlnis opus ſit alterius
panni, habentis latitudinem trium vlna-
rum. Vides manifeſtè in priori exemplo,
quanto minoris vęnit triticum, tanto plus
deprimet panis. Atque in altero, quanto
latius fuerit alterum panni genus, tanto
minus opus habes ad ſubducendum.

Simi-

Simile eſt huic, Quidam obſeſſus exercitus 3000 militum, habet quo viuat ad 7 menſes: verùm ſpes nulla eſt ſolutionis obſidionis ante annum: quæſtionem ergo moueo, quot milites dimittet Dux, vt reliquis ſufficiat ad anni calcem, & quot ſecum retinebit? Nam & hîc quanto lõgius tempus fuerit, tanto minori militum numero ſufficiet victus.

In his ergo atque ſimilibus, vt eſt Euerſa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in ſecundum: productum diuide per tertium. Vt in tertio exemplo, duc 7 menſes in 3000, prodeunt 21000: quæ diuide per 12 menſes, hoc eſt, annum: exurgunt 1750 milites, quibus tantùm ſufficiet victus idem ad annum. Reliqua ſunt facilia.

PARS TERTIA DE REGVLIS VVLGARIBVS.

EX vna hac Regula (quam verè auream licet appellare) multæ diuerſęque Regulæ, ſiue Canones operandi, tanquam rami ex trunco, oriuntur: adeò vt in omnibus ferè quæſtionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur, tanquam fundamento ſeu baſi: Quarũ vna eſt Regula Duplex: quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 Libris cuiuſuis mercis, aduectis per 30 miliaria, ſoluendi ſunt 4 aurei: quantum pro 50 Lib. aduectis per 40 miliaria? Si hîc diligenter obſerues qui numeri ſibi mutuò reſpondeant nomine & re: & qui primi, quis medius: & duas operationes inſtitueris ſecũdum Regulam Proportionum: facilè quęſtioni ſatisfiet. Semper autem numerus ex priori operatione productus, medius erit in poſteriori quæſtione. Vt 20 Libræ dant 4 aureos, quãtum 50 Lib. faciunt 10 aureos. Rurſus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantum 40 miliaria? faciunt $\frac{1}{3}$ aureos. Item, 25 aureorum, in 4 annis, lucrum eſt 8 aurei: quãtum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8, quantum

tum 100? fiunt 32. Dic rurſus, 4 anni dant
32, quantum 10? facit 80 aureos. Item, 6 au
rei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot
annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hîc di-
ligenter nota priorem operationem debe-
re fieri per Regulã Trium euerſam. quan-
tò enim minor ſors fuerit, tanto maiori
opus eſt tempore pro lucro æquali. Dic igi
tur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei?
multiplica primum in medium, &c. fiunt
20. Rurſus dic, 8 aurei acquiruntur 20 an-
nis, quot annis 12? facit 30. Hîc vide, ne cõ-
fundaris aureorum appellatione, cùm ali-
quando ſortem, aliquando lucrum ſigni-
ficant: oportet autem idem ſignificari pri-
mo & tertio Regulæ loco, vt antea docui-
mus. Equi 7 edunt 12 menſuras auenæ die- 15
bus 20, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic,
7 equi edunt 12, quantum 14? facit 24. Rur
ſus, 20 diebus eduntur 24, quantum 15? fa-
cit 18 mẽſuras, Medimnos puta, aut quod-
uis genus menſuræ. Simile eſt, 10 meſſores
demetunt 15 iugera tempore 7 dierum,
quot diebus 16 meſſores demetent 20 iu-
gera? Verùm hîc rurſus prior operatio fiat
per regulam euerſam: quoniam quanto
plures meſſores, tanto minori tempore
opus fuerit. Dic igitur, 10 meſſores opus

habent tempore 7 dierum, quanto 16 meſſores? multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16, fiunt $4\frac{3}{8}$ dies. Rurſus dic, 15 iugera exigunt $4\frac{3}{8}$ dies, quot 20 iugera? operare per Canonem, inuenies $5\frac{5}{6}$ dies, hoc eſt, quinque dies & 20 horas. Vide operationem ſequentem.

10. 7. 16.	Secunda operatio.
10.	15. | $4\frac{3}{8}$ | 20
70 ($4\frac{3}{8}$	20
16	$\frac{700}{8}$ diuidendæ per $\frac{15}{1}$
	$\frac{700}{120}$ hoc eſt, $5\frac{5}{6}$

REGVLA CONSORTII, SIue, vt dicunt, Societatis.

QVatuor mercatores inito conſortio, lucrati ſunt 3000 aureorum: ſed primus attulit tantùm 30 aureos, ſecũdus 50, tertius 60, quartus 100: in quæſtionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuique ex lucro, pro pecunia ſorti commiſſa. Hæc Regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam, in vnam ſummam, per Additionem, Veluti 30, 50, 60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati ſunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur

tur? Operare ſecundum Regulæ morem: ſić colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rurſus pro ſecundi lucro, dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac ſic pro ſingulis vnam conſtitues Regulam Trium, vt ſemper primus ſiue Diuiſor ſit ſumma pecunię omnium, medius lucrum, tertio loco pro ſingulis ipſorum collocabis ſortem. Habebit igitur primus 375, ſecundus 625, tertius 750, quartus 1250: quorũ ſumma 3000 efficit. Huius Regulæ ratio accipitur ex 12 ſeptimi Euclidis.

Ecce operationem.

240 3000	30		375
Diuiſor	50		625
	60	Fiunt	750
	100		1250
	240		3000

Similis ratio eſt in iactura, qualis in lucro. Vt ſi naui fracta, eiectæ ſint merces in mare: omnes qui conſortium ineunt, ex æquo damnum ferent pro diuerſo precio mercium ſingulorum: Vt ſi primi merces valebant 300 aureos, ſecundi 400, tertij 500: eiectæ verò ſint merces 100 aureo

rum,

rum, amittet primus 25, ſecundus $33\frac{1}{3}$, tertius $41\frac{2}{3}$ & cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiuſdem omninò generis eſt quæſtio: Tres emerunt 1000 Libras Cinnamomi pro 300 aureis: primus capit 200. Lib. ſecundus 350 Lib. tertius 450. Lib. quantum ſoluet quilibet? Si enim dicas, 1000 Lib. valēt 300 aureos, quantum 200 Lib? item quantum 350? ac tertiò quantum 450? ac tribus operationibus Regulæ Trium completis: ſoluet primus 60 aureos, ſecundus 105, tertius 135.

DE INTERCAPEDINE temporis diuerſa in Conſortiò.

Tres mercatores conſortio inito, lucrati ſunt 2345 aureos: verùm primus ſuam pecuniam, ſcilicet 40 aureos, poſt 14 menſes repetijt: ſecundus, 50 poſt 8 menſes: tertius attulit per 6 menſes 85 aureos: quęſtio eſt quantum cedet ſingulis cùm pro ratione pecuniæ, tum temporis etiam? Hæc etiá Regula breuiter ad Regulam Trium ſic reducitur: Medius erit, vt prius, lucrum: tertius, vniuſcuiuſque pecunia per tempus ſuum multiplicata. oportet enim proportionem lucri, compoſitam eſſe ex propor-

tione

tione pecuniæ & temporis. Vnde pecuniæ ſingulorum per ſuum quæque tempus, ſeruabunt in productis vtranque rationem & pecuniæ & temporis: vt ex 5 octaui Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro ſecũdo 400, pro tertio 510: priùs ſumma horum trium per additionem collecta: veluti 1470. Operare iam ſecundum Regulam Cõſortij: habebit primus $893\frac{1}{3}$, ſiue $\frac{7}{21}$: pro ſecundo $638\frac{2}{21}$: tertius $813\frac{12}{21}$, ſiue $\frac{4}{7}$, Vide tamen vt tempus vniuſcuiuſq; ſit eiuſdẽ denominationis, & ſimiliter pecunia. Sequitur operandi formula.

1470. 2345.	5 0 0		$863\frac{7}{21}$
	4 0 0	ſurgunt	$638\frac{2}{21}$
	5 1 0		$813\frac{12}{21}$
	1 4 7 0	ſumma	2345

Huic ſimile eſt, Tres lucrati ſunt communi ſorte 1000 aureos: primus attulit 30 aureos per nouem menſes, ſecundus 70 aureos, tertius 100 aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorum poſteriorum pecunias oporteat eſſe in vſu communi, vt primus habeat 500 aureos, ſecundus 300, tertius 200. Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, vt in præcedenti Quæſtione declarauimus duc 30

aureos

aureos in 9, fiunt 270. Iam dic, 500 aurei quos accipit primus, valent 270, quantum 300, quos accipit ſecundus? Operare ſecundum Canonem: exibunt 162: tantum oportet conficiat pecunia ſecundi multiplicata per ſuum tempus. Si ergo diuidas 362 per 70: inuenies tẽpus, ſcilicet duorum menſium & $\frac{11}{35}$ menſis. Tertij ſimiliter tempus inuenitur, menſis $1\frac{2}{25}$.

Canonici 12 & Capellani 20 diuidunt ſingulis annis 3000 aureorum, ea lege, vt Canonicorum ſinguli quinos recipiant, quoties Capellanus 4, quantum ergo debetur ſingulis? Hîc vt antè dictum, multiplica numerum perſonarum per numerum vices notantem: ſcilicet 12 per 5: fiunt 60: & 20, per 4, fiunt 80: ea adde, fiunt 140. Iam dic, 140 dant 3000, quãtum 60? & quantum 80? Itaque inuenies pro Canonicis omnibus $1285\frac{5}{7}$ aureos: pro Capellanis $1714\frac{2}{7}$. Quantum verò ſinguli recipiant, diuiſio indicat.

140.	3000.	60		$1285\frac{5}{7}$
		80	fiunt	$1714\frac{2}{7}$
		140	ſumma	3000

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei, ſi filiam pareret, $\frac{1}{2}$ bonorum,

rum,quæ valebant 2600 aureos: filiæ,tertiam partem:At ſi maſcula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & maſculum & fœmellam vno partu. Quæritur quæ ſit portio vniuſcuiuſque horum, vt teſtatori ſatisfiat?Primùm vide teſtatoris animum: qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quære igitur numerum in tales partes diuiſibilem, quales aſsignantur,ſcilicet 2 & 3: veluti 6: horum dimidium valet 3:item $\frac{1}{3}$,2. Vides ergo partes bonorum ſe debere habere, vt 2 & 3: hoc eſt, dum filia 2 aureos habet, tum matri 3 debentur.Et ſi mater 2 habet, filio debentur 3: Ergo per Regulam Trium, ſi filia accipit 4, matri debentur 6, & filio 9. Hos autem tres numeros per proportionem continuam ſeſquialteram,de qua poſteà dicemus,facilius inuenies.Nunc ſufficiat noſſe oportere adſignari tres numeros,tali ſe habentes ratione ſicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$:& tales ſunt 4,6,9:nam 4 ſunt $\frac{1}{3}$ de 12:quorũ 6, ſunt $\frac{1}{2}$.Item 6, ſunt $\frac{1}{3}$ de 18:quorum 9, ſunt $\frac{1}{2}$. His inuentis operare per Regulam
Conſortij:Adde 4,6,9,fiunt 19.Dic,19 ac- 16
cipiunt 3600, quantum accipiet 4? quantum 6?& quantum 9? Et facta pro ſingulis

vna

vna operatiõe, cedẽt filiæ, 757$\frac{17}{19}$ aurei: matri verò, 1136$\frac{16}{19}$ aurei: filio, 1705$\frac{5}{19}$ aurei.

Tribus prolibus relicti ſunt ex teſtamẽto, vel alio quouis modo, 7851 aurei, ea lege vt primæ cedat $\frac{1}{2}$: alteri, $\frac{1}{3}$: tertiæ, $\frac{1}{4}$. Hoc ſimile eſt cum priori. pro partibus enim incertis, ſtatue partes certas alicuius numeri, qui ita ſit diuiſibilis, ſcilicet in 2, 3, & 4. Eum numerum ſi quãdo inuenire neſcias, duc eos in inuicẽ, quos Diuiſores eſſe vis,
17 vt 2 in 3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus eſt quẽ quærimus. At ſi tuo Marte potes talem inuenire, ſiue maiorem, ſiue minorem, nihil refert: quemadmodum in noſtro propoſito, 12 diuidi poſſunt per 2, 3, & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$: pro ſecunda, 4, ſcilicet $\frac{1}{3}$: pro tertia 3, quæ ſunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cum his partibus 6, 4, 3, progredere per Regulam Conſortij, vt ſupra. Erit Diuiſor 13: eritque prima portio, 3623$\frac{7}{13}$, ſecunda, 2415$\frac{9}{13}$, tertia, 1811$\frac{10}{13}$.

Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, ſoluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, ſecundus $\frac{1}{3}$ cum 12 aureis, tertius 8 aureos minus quàm $\frac{2}{3}$, quartus $\frac{1}{4}$ cum 20 aureis: quantum ſoluent ſinguli? In huiuſmodi exemplis, primùm quod ſupereſt vltra portiones ſta-

tutas,

tutis, aufer ex ſumma diuidēda: quod deeſt, adde: vt pro primo aufer 6: pro ſecundo, 12: & pro quarto, 20: Summa horum valet 38 aureos: Sed pro tertio adde 8. Aufer igitur 38 ex 3000, reſtant 2962: quibus rurſus adde 8, fiunt 2970.

Hanc ſummam diuide per Regulā Conſortij, vti in præcedenti docui, quęrens numerum diuiſibilem in 2, 3, & 4, ſcilicet 12: & ponens pro primo, 6: pro ſecundo, 4: pro tertio, 8: pro quarto, 3: quæ coniuncta, efficiunt 21: hic diuiſor eſto, ac primus numerus: medius, 2970, tertius, 6, 4, 8, 3. Inuenies ſic pro primo, 848 $\frac{4}{7}$: pro ſecundo, 565 $\frac{5}{7}$: pro tertio, 1131 $\frac{3}{7}$: pro quarto, 424 $\frac{2}{7}$. Sed iam adde primo ſuas 6: fiunt 854 $\frac{4}{7}$. Item ſecundo, 12: fiunt 577 $\frac{5}{7}$: tertio adime 8 aureos, reſtant 1123 $\frac{3}{7}$: quarto adde 20, exurgunt 444 $\frac{2}{7}$. horum ſumma facit 3000 aureos, quæ erat ſumma diuidenda.

21	2970	6		854 $\frac{4}{7}$
		4		577 $\frac{5}{7}$
		8	fiunt	1123 $\frac{5}{7}$
		3		444 $\frac{2}{7}$

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non ſummæ diuidendæ, ſed ſingulorum partibus poſitis. Sed rationem hanc falſam eſſe de-

monſtrare poſſem, niſi longum nimis eſſet: vt facilè patet poſitis alijs aut maioribus, aut minoribus numeris pro ſingulis.

Tribus partiendi ſunt 450 aurei, ita vt primus $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ accipiat: ſecundus, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$: tertius, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$: quantum accipient ſinguli? Primùm adde ſingulorum partes, ſcilicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: fiunt $\frac{5}{6}$ pro primo: pro ſecundo, $\frac{7}{12}$: pro tertio, $\frac{9}{20}$. Iam quære numerum diuiſibilem in 6, 12, & 20, ſcilicet 60: huius $\frac{5}{6}$, ſunt 50: quod cognoſces diuidendo numerum illum inuentum, ſcilicet 60, per Denominatorem, & productum multiplicando per Numeratorem. $\frac{7}{12}$, valent 35: $\frac{9}{20}$, valent 27. Cum his procede per Regulam Conſortij: habebit primus 200 $\frac{50}{56}$: ſecundus, 140 $\frac{35}{56}$ tertius, 108 $\frac{27}{56}$.

112	450	50.		200 $\frac{50}{56}$
		35.	fiunt	140 $\frac{35}{56}$
		27.		108 $\frac{27}{56}$

Ad ſimilitudinem horum, multa poterit quiuis effingere exempla, ac dubia eorum ſoluere: qualia ſunt quæ ad Regulam quam vocant Alligationis, attinent: quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

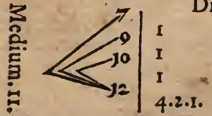
RE-

REGVLA ALLIGATIONIS.

OEnopola quadruplex habet vinum: primi Amphora valet 7 groſſos: ſecundi, 9 groſſos: tertij, 10 groſſos: quarti, precium eſt 12 groſſorũ. Vult ex quatuor generibus miſcere 300 Amphoras, ea lege, vt quælibet valeat 11 groſſos: quærit quantum vniuſcuiuſque capiet? Hæc vt faciliùs capias, finge primum duo vinorum genera miſcenda ad conſtitutũ precium. Quòd ſi tum alterum genus valore tantum ſuperet precium conſtitutum, quantum reliquum abeſt: tum vtriuſque æquales portiones commixtæ, efficient precium conſtitutum. Sin verò alterius vini preciũ bis tantò ſuperet precium conſtitutum, quantò altero ſuperatur: tum cum vna menſura carioris vini, duæ menſuræ vilioris commiſcendæ eſſent: ſicq; exceſsus defectuſq; compenſaretur. Vnde colligitur, ſecundũ exceſſuum & defectuum proportionem commiſcendas eſſe varias vinorum menſuras: idq; permutatim, vt iam ꝓpoſita ratio docuit. Hinc Regula talis confecta eſt. Pone ordine preciũ vinorũ, vti in exẽplo vides, facto initio à minoribus ad maiora: ac illis præſcribe precium commixti vini:

quod hoc loco Medium appellabimus, quanuis medium non ſit exactè. Deinde confer vnumquodque minus precium ad medium & maius, ita vt exceſſum medij ſupra minus adſcribas maiori: maioris exceſſum ſupra medium adſcribas minori. Vt in noſtro exemplo, quia tantùm vnum eſt precium maius, ad illud adſcribas omnes exceſſus Medij ſupra minora: vnicuiq; verò minorum eundem exceſſum maioris, ſupra Medium ſcilicet. Quibus factis, vt in Regula Societatis, adde omnes exceſſus in vnam ſummam: numerus iſte erit primus Regulę, ac Diuiſor: medius, numerus menſurarum miſcendarum: tertij, erunt differentiæ ſingulorum vt adſcriptæ ſunt. Et ſi plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, veluti figuratum ſequitur.

Differentiæ.



	1?		30
Summa 10 dant 300,	1?	facit	30
quantum	1?		30
	7?		210

Quan-

Quantum opus erit ſumere de vino,cuius Amphora valet 8 groſſos, & quantum illius quod valet 11, ita vt Amphora vna valeat 9 groſſos? Operare per Regulam.

8		2
9	Differentiæ.	
11		1

Summa 3 dant 1, quantum { 2? / 1? } fit { $\frac{2}{3}$ / $\frac{1}{3}$ }

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 Lib. Aromatum variorum: ſcilicet amigdalarum, ficuum, zinziberis, piperis, nucũ myriſticarum, & croci. Quæſtio eſt, quot Libras ſingulorum accipiet, vt 400 Libras pro 200 aureis habeat. Primùm oportet inquirere precium vnius Librę pro medio numero, hac via: Dic 400 Lib. valent 200 aureos, ſiue Carolinos: quãtum 1 Lib. proueniet $\frac{1}{2}$ aurei Carolini, ſiue decem Stuferi, quales 20 aureum Carolinum cõplent, more monetæ Brabanticæ. Deiude ſingulorum precium adſcribas, reductis omnibus ad eandem monetam: deinde fiat colligatio maioris & minoris precij, &c. vt in præcedenti docuimus quæſtione.

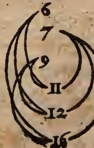


	6 ficus	1.6
	7 amig.	6.2
	zinzib.	2.
10	9	
	11 piper.	4.
	12 nuces	1.3
	16 croci	4.3

Precium 1.lib.	Differentiæ,	
	7	87 $\frac{1}{2}$
	8	1000
	2	25
Summa 32 dant 400,	4 facit	50
quantum	4	50
	7	87 $\frac{1}{2}$
	Summa	400

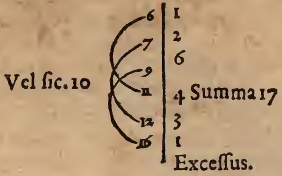
Sed neminē latere volo eandem quęſtionē varijs aliquādo modis poſſe explicari, dū variè alligamus minores cū maioribus ad Mediū. Veluti in præſcripta quæſtione.

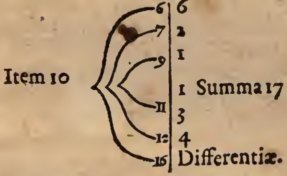
Medium

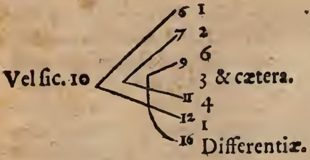


	6	1. 2. 6.
	7	1. 2. 6.
	9	1. 2. 6.
	11	4. 3. 1. Summa 51.
10	12	4. 3. 1.
	16	4. 3. 1.
		Exceſſus.

Vel







Atq; huiuſmodi infiniti ferè extant mo di.Interim tu memineris,oportere,vt qui-

 libet

libet numerus ſemel minimùm alligetur: poſſe tamen ſæpius, idque ad varios comparari: atque huiuſmodi ingenijs diſcentium relinquo. Quod in liquidis & Aromatibus propoſuimus, idem in metallis miſcendis euenit, verùm operationis nulla eſt diuerſitas: Veluti ſi Faber 100 Lib. argenti habeat, quarum vna Lib. 17 aur. valeat: ac alteram maſſam, cuius 1. Lib. valeat 24 aur. dubitat quantum argenti ex altera maſſa addendum ſit priori, vt [illegible] lib. precium 22 aur. acquirat.

Primum alliga 22 { 24 / 17 } exceſſus. 5 / 2

Summa 7 dant 1, quantum { 5? / 2? } facit $\frac{5}{7}$ / $\frac{2}{7}$

19 Iam dic per Regulam notiſsimam, 2 Lib. primi argenti opus habent 5 Lib. ſecundi: quot deſiderant 100 Lib. facit 250 lib.

Examen.

20 Examen huius Regulæ eſt, ſi numerum vniuſcuiuſque rei iam collectum multiplices per precium eiuſdem rei, & ſummam addas: exibit ſumma pecuniæ primùm conſtituta.

DE

DE REGVLA FALSI.

MVltæ ſolent ac variæ prçſcribi Regulæ & Quçſtiones: quas ſi placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noſter excreſceret facilè. Verùm hoc non fuit noſtrum inſtitutum: qui omnia conamur potiùs in vnũ caput colligere, & ad vnam methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variasque Quæſtiones, ad vnam Regulam Proportionum deduximus: quibus multæ ſimiles & extant, & in dies excogitari poſſunt. Veluti de Diuiſionibus, de Lucri & damni ratione, de Mercede conductis, atque huiuſmodi innumeris: quorum nullum tam difficile eſt, quin facilè callenti noſtra hactenus dicta explicari poſsint. Attamen cùm plura ſint Exempla, & Quæſtiones, quæ ad Regulam Proportionum commodè reduci non poſsint: viſum fuit tandem Regulam quandam vniuerſalem, tanquam ſacram anchoram ſubnectere, per quam dubia reliqua poſsibilia huic noſtro inſtituto explicari poſsint, & multæ etiam Quæſtiones earum quæ præceſſerunt: Quamuis id multò certiùs fieri & lõgè facilius per Regulam, quam vocant Algebrç, poſſe ſciam: qua vix quicquam vidi inter Mathemati-

cas artes præſtantius, atque elegantius. Sed cùm de hac ab alijs multa dicta ſint, & fortaſsis à nobis per Methodum (fauēte Deo Opt. Max.) dicetur, cùm ea res peculiarem requirat tractatum, in præſentiarum miſſam facimus. Vocatur autem Regula, quam iam docemus, Falſi: non quòd falſum doceat, ſed ex falſo verum elicere. Fitque in hunc modum:

Propoſita Quæſtione quacunque per hanc enodabili, eum numerum quem ſcire deſideras, tanquam notum iam tibi finge: ponens eius loco quemcunque numerum? Cum eo deinceps procede ſecūdum Exempli rationem, inferendo vnum numerum ex alio: donec ad aliquem certum & notum prius numerum in propoſita Quæſtione datum, perducaris: quem ſi rectè ex iam poſito ſiue ficto numero elicere potuiſti, is ipſius quem primū finxiſti, eſt verus finis quem inquirebas.

Veluti, Tres habent ſinguli certam argenti ſummam: verùm ſingulorum ſummæ ignotæ ſunt, binorum verò notæ. Scio enim primi aureos cum ſecundi aureis, valere 50: ſecundi cum tertij aureis, 70: tertij cum aureis primi, valent 60: quæritur ſum̄ma ſingulorū. Finge ergo primi ſummam

valuiſſe

valuiſſe 20 aureos: Ergo quoniam cum ſecundo habet 50: relinquuntur ſecundo 30, & tertio 40: quoniam ij valẽt 70 cum ſecundi aureis. Iam ſi 40 tertij, addantur 20 primi: exurgunt 60 aurei, ita vti voluit exemplum. Fuit itaque prima poſitio vera, neque amplius quicquam agendum. At ſi ad notum numerum non perueneris exactè, verùm aliquò exceſſeris aut abfueris: vide exceſſum ſeu diſtantiam, eamque nota cum Hypotheſi falſa & cum titulo Plus, ſi exceſſerit: aut Minus, ſi defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorem iam iam poſito, & cum ipſo eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerũ perueneris. Quem ſi non attigeris, vide rurſus differentiam, eamque nota cum ſua Hypotheſi, ſignoq; Plus vel Minus. Deinde multiplica Hypotheſim priorem in differentiam alteram: ſimiliter hypotheſim ſecundam in differentiam primã: producta duo ſerua. Hinc perpende ſigna Plus & Minus: quæ ſi ambo ſimilia fuerint, ſcilicet aut Plus aut Minus: aufer productorum minus à maiori: itemq; aufer differentiam minorem à maiori: per reſiduum diuide reſiduum productorum; Quotiens oſtendet numerum

quæſi-

quæſitum. At ſi ſigna fuerint diſsimilia, alterum Plus, alterum Minus: adde producta illa duo, ſimiliterque differentias: & per harum ſummam diuide ſummam productorum: Quotiens oſtendet numerum quæſitum.

Duo habent ignotam mihi ſummam aureorum. Inquit prior, ſi mihi dares vnũ è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Reſpondet alter, ſi mihi tu vnum è tuis dederis, habeo duplam tuæ ſummæ reſtantis: Quæritur ſingulorum ſumma. Finge priorem 3 habuiſſe: Igitur ſi vnum acceperit à ſecũdo, habebit 4: tantundem relinquetur alteri. Verùm quoniam iam 1 dediſſe intelligitur, eum huic redde: itaq; habuit ab initio 5. Iam dicit priori, ſi mihi vnum dederis, habebo duplum tui reſidui: adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, reſtant autem priori tantùm 2. Vides ergo 6 non eſſe duplum 2, imò triplum: falſa igitur fuit Hypotheſis. Et quoniã duplum 2, eſt tantùm 4: inueni autem 6: dico differentiam eſſe 2 cum ſigno Plus: quoniam tanto exceſsimus rei veritatem. Fingamus igitur primum habuiſſe 6: accepit 1 ab altero: itaque fient 7: tantum relinquetur alteri: Verùm quoniã 1 dediſſe intelligitur, habuit ab ini-

ab initio 8. Iam hic petit à priori 1: ita haberet 9: relinqueretur autem priori tantum 5. Rurſus 9 non eſt duplum de 5, vti voluit Quæſtio: ſed abeſt vnitate: cùm duplum de 5, ſit 10: Scribo igitur poſitionem alteram, 6 ſcilicet, cum ſua differẽtia 1 cum ſigno Minus. Iam per poſteriorem Regulam duco 3, in 1: fiunt 3: Item 6 in 2: fiũt 12: ſumma horum valet 15:

Hypotheſes. Differentiæ.

3  2 P. ſumma autem differentiarum valet 3. Diuido igitur 15

6 1 M. per 3, exurgunt 5: tantum habuit prior: adde huic 1: fiunt 6, quæ relinquũtur alteri poſt donationem vnius: ergo prius habuit 7: quibus ſi priùs 1 adiecerit, ſeruabit ille tantùm 4, alter habebit 8 duplum reſidui prioris, vti voluit Quæſtio. Hanc quæſtionem alij de Mulo Aſinoq́ue proponunt geſtantibus vini menſuras aliquot.

Aſpiciens quidam alterius loculos, inquit, Vidêris mihi iſtîc habere 100 auréos. Reſpondet alter, non ſunt 100: verùm ſi dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerentur, & inſuper 1, tum demùm 100 forent. Finge igitur fuiſſe 12: adde dimidium,

dium, ſcilicet 6: & tertiam partem, 4: & quartam partem, 3: & inſuper 1: fient 26 tantum: quæ diſtant à 100 per 74. Scribe igitur 12 cum differentia 74, & ſigno Minus. Rurſus pone eſſe 24 aureos: quibus adde dimidium, 12: tertiam partem, 8: & quartam partem, 6: & 1: fient 51: quæ diſtant à 100 per 49.

Hypo. Diffe.

12 — 74 M.

24 — 49 M.

Nota igitur 24 cum differentia 49, & ſigno Minus: tũ multiplica 24 in 74, exeunt 1776: Item 12 in 49: exurgunt 588: Et quoniam ſigna ſunt ſimilia, aufer 588 ex 1776: reſtant 1188: Similiter aufer 49 ex 74, reſtant 25, Diuiſor operationis. Diuide ergo 1188 per 25: exurgunt $47\frac{13}{25}$: tot habuit aureos: quorum dimidiũ, $23\frac{19}{29}$: tertia pars, $15\frac{21}{25}$: quarta pars, $11\frac{22}{25}$: quæ omnia ſimul efficiunt 99: quibus ſi vnum adieceris, 100 excreſcunt.

Hîc obiter notandum, ponendos eſſe numeros qui apti ſint ad quæſtionem. Vt quoniam dimidium, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ eiuſdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus diuiſibilis in 2, 3, & 4: ſicque difficultates maximas & labyrinthos quaſi Fractionum ſiue Minutiarum effugeris.

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno cooperculo quod valet 16 aureos:id ſi priori poculo addas,valebit quadruplum alterius: ſin alteri adijcias, valebit hoc triplum prioris: quantum igitur ſingula valent pocula?Demus primum valuiſſe 4: his adijcio 16: exurgunt 20, quæ ſunt quadruplũ alterius: ergo alterum valuit 5. His rurſus adijcio 16, exurgunt 21: quæ debebant eſſe triplum prioris, ſcilicet 12: ſuperat igitur rem ipſam, 9. Rurſus ſi ponam primum poculum 8, erit alterum 6:quibus adiectis 16, exurgunt 22:quæ abſunt à triplò prioris,ſcilicet 24,per 2.

Hypo. Diffe.

Multiplica igitur 4, 4  9 P.
in 2: exeunt 8. Item 8
in 9, fiunt 72: quæ ad- 8 2 M.
de (quoniam ſigna diſsimilia ſunt) erunt 80. Itidem adde differentias, quæ conſtituunt 11. Diuide iam 80 per 11: fient $7\frac{3}{11}$. Tantum valuit prius poculum:quibus adde 16, erunt $23\frac{3}{12}$: cuius $\frac{1}{4}$ valet $5\frac{9}{11}$: tãtum valebat alterum poculum.

Ciſterna quædam tres fiſtulas in imo fundo obtinet: ſed meatus ſunt inæquales. Maiori enim aperto, effluit omnis humor 1 hora: mediocri aperto, effluit in 2 horis

horis: minimo verò ſeorſum aperto, humor in 3 horis effluit: Quæſtio eſt, ſi omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis ſpacio humor omnis poſsit effluere? Finge in vna hora, hoc eſt 60 Minutis: & tribue Ciſternæ aliquam certam menſuram pro libito: ſitque 12 Amphorarum. Iam vides in vna hora propter maius foramen, omnem effluxurum liquorem, hoc eſt, 12 Amphoras: ratione minoris, 6: dimidium ſcilicet: ratione minimi, 4: tertiam ſcilicet partem: quæ omnia efficiunt 22: cùm tamen vas poſitum eſt tantùm 12 continere Amphoras: ergo ſuperſunt 10. Rurſus pone dimidiam horam, hoc eſt, 30 Minuta: ergo effluxerit ratione maximi foraminis, 6: ratione mediocris, 3: ratione minimi, 2: quę omnia efficiunt 11. Debebant effluere 12: deeſt igitur 1. Operare ſecundum Regulam: inuenies 32 Minuta temporis, & $\frac{8}{11}$ Minuti vnius.

Poterat hæc Quæſtio quoque abſolui per regulam Conſortij. Quia enim partes aquę eodem tempore effluentis, ſe habent vt 1, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: quære numerum ſic diuiſibilẽ, vt 6: vnde pro primo meatu pone 6: pro ſecundo, 3: pro minimo, 2: quæ addita faciunt 11. Statue deinde Ciſternæ 12 Amphoras. Et

ras. Et per Regulam Conſortij dic, 11 diuident 12, quid accipiet 6? prouenict $6\frac{6}{11}$. quia verò maximus meatus abſumit in hora, 12 Amphoras, quanto tempore abſumet $6\frac{6}{11}$? inuenięs ex Regula proportionum, 32 Minuta tęmporis, & $\frac{8}{11}$ vnius Minuti.

Hypo. Diffe.
60 — 10 P.
30 — 1 M.

Simile eſt, Potator quidam ſolus exhaurit Cadum vini in 20 diebus: verùm ſi vxor eum iuuerit, ſeruata proportione bibẽdi: 14 diebus vini tantundem abſumunt: quanto ergo tempore ſola vxor totum vas exhauriet? Rurſus tribue vino aliquam menſuram, ſcilicet 12, aut quemuis alium numerum, nempe 20 menſuras: Ergo maritus 14 diebus, 14 menſuras bibit: vxor reliquum, 6 ſcilicet. Dic igitur per regulam Proportionum, 6 menſuræ bibuntur ab vxore 14 diebus, quanto tempore 20? facit $46\frac{2}{3}$ dies. Itaque Regula Falſi non habes opus, cùm tamẽ & per eandem fieri poſsit.

Finge enim vxorem exhaurire totum vas 21 diebus, Dic ergo 14 diebus exhauriet 6 Amphoras, quantum 21? colliges 9: ac ſic deſunt 11 menſuræ. Secundò pone eandem in 28 diebus idem vas conſumere

F poti-

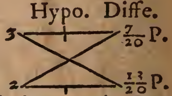
potitando. Et quia in 14 diebus, 6 abſumit: ſequitur quòd in 21 diebus 12 amphoras abſumet: ac ſic deſunt 8. Igitur per priorem Regulam, duc 8 in 21, fiunt 168: Item 11 in 28, conſurgunt 308. Hinc aufer 168, reſtant 140: quę diuide per errorum differentiam, nempe 3: prodibunt $46\frac{2}{3}$ dies, quemadmodum antè inueneras.

Narrat Vitruuius, lib. 9. cap. 3. cùm Hiero rex ſtatuiſſet dijs ſuis votiuam offerre Coronam ex puro auro, mandaſſe id negocij Fabro: qui (vt ſæpè ſolent) ſublata auri portione, argenti tantũdem commiſcuit. Quod quidem furtum citra Coronæ iam confectę læſionem deprehendit Archimedes Syracuſanus, hunc in modũ. Confecit maſſam ex auro puro eiuſdem ponderis cum Corona iam facta: Deinde aliã ex argẽto puro maſſam, eiuſdem planè ponderis: dein tria hæc ſigillatim in labrum, aqua ad ſummum refertũ immiſit: effluentem aquam ſubiecto altero vaſe diligentiſsimè excepit: atq; hinc auri argentique portionem deprehendit. Verùm praxim Vitruuius non adiungit: idcirco nos doctrinæ gratia, fingamus pondus Coronæ, duarumq; ſigillatim maſſarũ fuiſſe 5 Lib. effluxiſſe prętereà dum aurea maſſa demit-

tere-

teretur in labrum, 3 Lib. aquæ: dum Corona immergeretur, $3\frac{1}{4}$ Lib. aquę: dum argentea maſſa demitteretur, $4\frac{1}{2}$ Lib. Quæſtio igitur eſt, quanta ſit auri, & quanta argenti Coronæ portio? Operare per Regulam hoc pacto: Finge auri 3 Libras: ergo relinquentur argenti 2 Lib. Iam dic per Regulam Proportionum, 5 Lib. auri, dant 3 Lib. aquæ: quantum tres Lib. auri? facit $1\frac{4}{5}$ Lib. aquæ. Itē, 5 argēti Lib. dant $4\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum 2 Lib. argenti? facit $1\frac{4}{5}$ aquæ. Adde igitur aquam argenti & auri ſimul: ſcilicet $1\frac{4}{5}$ cum $1\frac{4}{5}$: exurgūt $3\frac{3}{5}$ Lib. aquæ: debebant autem eſſe $3\frac{1}{4}$ Lib. Exceſsimus igitur ſcopum per $\frac{7}{20}$: quas nota cum prima Hypotheſi, ſcilicet 3, & ſigno exceſſus. Secundò finge auri extitiſſe Lib. 2: igitur argenti erant 3 Lib. Deinde rurſus dic, 5 Lib. auri dant 3 Lib. aquæ: quantum 2 Lib. auri? facit $\frac{1}{5}$ Lib. Item 5 Lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantū 3 Lib. argenti? facit $2\frac{7}{10}$. Adde $1\frac{1}{5}$ cum $2\frac{7}{10}$: exurgunt $3\frac{9}{10}$ Lib. aquæ. Debebant eſſe $3\frac{1}{4}$: nam tantum aquę effluxit dum Corona immergeretur. Exceſsimus ergo rem ipſam per $\frac{13}{20}$. Operare igitur per Regulam: Multiplica $\frac{13}{20}$ per 3: exurgunt $\frac{39}{20}$: item $\frac{7}{20}$ per 25 exurgunt $\frac{14}{35}$: quæ ſubtracta ex $\frac{39}{20}$ relinquunt $\frac{25}{20}$,

ſiue $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$: reſtant $\frac{6}{20}$, ſiue $\frac{3}{10}$. Diuide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$: proueniunt $\frac{50}{12}$, ſiue $\frac{25}{6}$, hoc eſt $4\frac{1}{6}$ Libræ auri. Erant ergo tantùm $\frac{5}{6}$ Libræ argenti. Quod vt examines, dic, 5 Libræ auri dant 5 Libras aquæ: quantum $4\frac{1}{6}$ auri? facit $2\frac{1}{2}$ Lib. aquæ. Rurſus dic, 5 Lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum $\frac{5}{6}$ argenti? facit $\frac{3}{4}$ Lib. aquæ: quas adde cum $2\frac{1}{2}$ Lib. exurgunt $3\frac{1}{4}$ Lib. aquæ: quantum ſcilicet dum Corona immergeretur, effluxit.



Hîc obiter notandum, non opus fuiſſe Archimedi, neq; cuiquam alteri, qui velit huius rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti maſſas eiuſdẽ ponderis cum Corona, vel quauis alia re examinanda: ſed ſuffecerit quæuis pars notabilis ponderis auri vel argẽti.

Hæc atq; infinita alia exempla licet per Regulam Falſi perficere: quæ omnia recenſere infiniti eſſet laboris, ac intolerabilis nauſeæ. Habet enim ſub ſe omnes Quæſtiones antedictas, ac multo plures à nobis omiſſas: quales ſunt omnes ferè quæ per primam Regulam Coſæ, ſiue Algebræ, abſoluuntur. Tum plures earum quæ per ſecun-

cun-

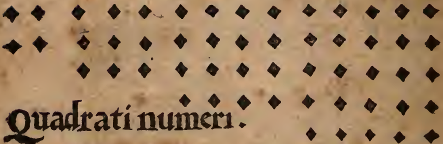
cundam,tertiam,ac quartam eiuſdem diſſoluuntur: quanuis meminerim Chriſtophorum quendam Rodolphum Ianuerum dixiſſe,impoſsibile fore,vt aliquod exemplorum quæ ſecunda, tertia, & quarta docet Regula,poſsit per hanc abſolui. Quod vti ille verè dixit,ita nos oſtendemus, paulùm immutata noſtra Regula, aliter ſe habere: multaque per hanc poſsibilia eſſe, quæ ille impoſsibilia exiſtimauit. Quod dico,non quòd illius induſtriæ ac diligentiæ quicquam detraham: neq; quòd hanc Regulam cum illa (quam Coſæ dicunt) conferendam putem: ſed vt excellentiam huius Regulę oſtendam:noſtrumq́; in inuentione non penitus nihil valuiſſe ingeniolum, dum ea adijcimus,quæ ab altero nunquam dicta fuerunt. Quæ tamen omnia à perfectione regulæ Coſæ antiquiſsimæ, quàm longiſsimè abſunt, cùm certitudine, tum etiam facilitate. At quandoquidem in his Exemplis, quæ per ſecundam, tertiam, & quartam Coſæ,ſiue Algebræ, edocentur, Radicum Quadratarum & Cubicarum neceſſaria eſt cognitio: ad harum inuentionem primùm conuertere ſtylum ex vſu mihi eſſe videtur, ac couſq; Regulę Falſi appendicem noſtrum ſuſpen

 dere,

dere, quò neceſſaria huic rei, multisque alijs Geometricis, ac Aſtrologicis quæſtionibus explicata fuerint præcepta.

SEQVITVR DE RADIcum Extractione, primumq; de Quadratis.

QVadratum Geometræ appellant, Figuram planam, cuius 4 latera æqualia ſunt inter ſe, omnesque anguli ęquales recti: vnum verò latus, Coſtam appellant. Talis Figura producitur, ſi Linea quęcunque ducatur in latus, eouſque quò pertingit eiuſdem Lineæ longitudo.



Quadrati numeri.

Simili ratione in Arithmetica dicimus, Quadratum numerum, qui ita per Vnitates collocari poteſt in Quadrati figuram, vt omnia latera adinuicem æqualia euadant: quales hîc annotati cernuntur: Latus verò vnum vocamus Radicem Quadratam. Ac talis numerus Quadratus exurgit, ſi nu-

ſi numerum quemuis ducas, hoc eſt multiplices, in latitudinem longitudini ęqualem, hoc eſt, per ſeipſum: Veluti quinquies 5, efficiũt 25. Dicimus igitur 25, numerum eſſe Quadratum, cuius 5 ſit Radix. Inuenire igitur Radicem Quadratam alicuius numeri, eſt numerum indagare, qui in ſe multiplicatus, conſtituat numerum propoſitum. Hîc ergo primùm oportet ſcire nouem Radices ſimplices, earumq́; Quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, non inquiri: Habent autem ſe hoc modo.

Radices.	Quadrata.
1	1
2	4
3	9
4	19
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

His cognitis, aliorum numerorum maiorũ Radices hoc modo inueſtigentur: Ac ſubijciatur, exempli gratia, numerꝰ, cuius Radicẽ inquirere ſtatuimus, 119025. Incipiens igitur à dextris, nota primam figurã puncto, deinde tertiam ſimiliter, hinc quintam: ac ſic deinceps pergito notare alternas figuras, vna intermiſſa, vt in noſtro Exemplo, 119025. Hæ notæ, præter vſum quẽ habẽt in opere, mox oſtendũt,

quot notis ſcribi oporteat Radicem numeri propoſiti. Et quoniam Radicum extractio parum à Diuiſione diſcrepat: incipe à ſiniſtris: & numeri vltimi ſiue vna figura ſit, ſiue duæ, qui eſt ab vltimo puncto deinceps, quære Radicē: aut ſi non habet, accipe proximo minorē. Vt in noſtro propoſito, numerus ab vltimo puncto, deinceps verſus ſiniſtram, eſt 11: qui in tabula Quadratorum non inuenitur: non eſt igitur Quadratus, ſed ꝓximo minus Quadratum eſt 9: huius Radix eſt 3. Hanc Radicem ſepone ad dextram, ſecretam ſemicirculari linea: quemadmodum in Diuiſione fieri ſolet: & ſimul Quadratum illud minus, 9 ſcilicet, aufer ex numero à puncto vltimo deinceps poſito, ſcilicet ex 11: reſtant 2: quæ ſuprà ſcribe numero propoſito, vt in Diuiſione.

2
~~1~~ ~~1~~ 9 0 2 5
· · · (3
9

Ac quod modò diximus in omni Radicū extractione primum eſt: nec amplius repetitur: ſed quod deinceps dicitur, repetendum toties quot fuerint puncta reliqua. Dupla ſcilicet quicquid eſt per ſemicircularem lineam ſeiūctum: Duplum

ponas

ponas medio loco inter punctum proximum verſus dextrã, ſi vnica fuerit figura: ſin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps verſus ſiniſtram. Vt, dupla 3, exurgunt 6: quæ colloca ſub 9. Deinde tanquam hoc Duplum ſit Diuiſor, vide quoties ſit in ſibi ſupraſcripto numero: Quotientem hunc aſcribe poſt lunarem lineam, ad dextrã, vt in Diuiſione: ac eundem aſſcribe etiam diuiſori ad dextram, ſub pũcto ſemper. Deinde multiplica hunc Quotientem iamiam inuentum in Diuiſorem cum figura adiuncta: Productum aufer ex ſuperiori ſupraſcripto: reſiduum ſupra alias collocando, vt in diuiſione. Vt, quoniam 6 continentur in ſuperiori, ſcilicet 29, quater: noto 4 poſt 3: & ſimiliter poſt 6, ſub puncto. Deinde multiplico 4 in 64, exurgunt 256: quæ ſubduco ex ſuperioribus, ſcilicet 290: reſtant 34: quæ ſupra alium numerum colloco.

Atq; hæc adeò res eſt quam tantoperè abhorrent iuuenum animi, ob aliorũ hac in re traditionẽ obſcuram, & labyrinthi in modum intricatam. nam quicquid

```
  2   3 4
1 1 9 0 2 5
  .   .   .
    6 4  (34
  2 5 6
```

reliquum eſt, non diſcrepat vel ſyllaba à Canone iam dicto. Qui toties repetendus, quot fuerint puncta reliqua, ſub quibus facta non eſt ſubtractio aliqua. Vt, quoniam in noſtro Exemplo vnus adhuc reſtat punctus: Duplabimus iterum quicquid eſt in lunari linea, ſcilicet 34: exurgunt 68: quod Duplum ſcribemus inter punctum proximum: ponendo ſcilicet primam 8, ſub 2: alteram 6, deinceps ſub ~~0~~. Iam inquiro quoties 68 in 342, vel 6 in 34 ſupraſcripto ſcilicet numero, in modum Diuiſionis, Et quoniam quinquies continetur 6 in 34, nono 5 poſt lunarem lineam, verſus dextram: & ſimiliter poſt Duplum, ſub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425: quæ ſubducta ex ſuperioribus, nihil relinquunt. quod indicium eſt, numerum propoſitum fuiſſe verè Quadratum. Alioqui ſi quicquam in vltima ſubductione ſuperfuerit: tãtum numerus propoſitus à Quadrato diſceſsit.

Hîc notandũ,	3 4
Si ex multiplica-	~~1 1 9 0~~ 2 5
tione Digiti in	· · ·
Quotiẽte ſcripti	6 8|5 (345
in Duplum cum	3 4 25

addita figura, plus excreuerit, quàm vt à ſuperiori

periori ſubduci poſsit: tum delendus eſt ille Digitus, & in Quotiente & ſub pũcto: & ſcribendus alius vnitate minor: Idque eouſq; faciẽdum, quò numerus ex multiplicatione excreſcens poſsit ex ſuperiori auferri. Exempli gratia, Quærenda Radix de 784, Primus Digitus erit 2, tanquã Radix de 7 proxima: eius Quadratum 4, ex 7 ablatum, relinquit 3: deinde dupla 2, fiunt 4: quę poſita medio loco intra puncta, Diuiſoris loco habentur: quære igitur, quoties 4 in 38: Et quoniam 9 reperies, ſcribe 9 duobus locis dictis: deinde multiplica, exurgunt 441. Et quoniã excedunt ſuperiorem, deletis 9 vtroque loco, repone 8: ac deinde multiplica, ac ſubtrahas vt decet.

```
 3
 7  8  4
 .     .
 ------- (29
      4|9
 4  4  1
```

```
 3
 7  8  4
 .     .
    4|8
 --------
 3  8  4
```

Secundò notandũ, Si quando Diuiſor in ſuperiori non habetur: ſcribenda o in Quotiente, vti etiã in Diuiſione dictũ eſt. Ac tũ rurſus incipiendũ eſt à Canone extractionis Radicũ: duplãdo ſcilicet totũ quotientẽ, &c. Verũ duplum illud ponendũ eſt intra proxima

alia

alia puncta: vel ſi aliud non ſequatur punctum, abſoluta erit operatio.

Exempla.

~~3~~ ~~6~~ 6 0 2 5
• • •

~~3~~ ~~2~~ Radix. (605.

1 2 0|5
6 0 2 5

Aliud.

~~3~~ ~~6~~ 3 2
• •

8 Radix. 40, reſtant 32.

Vt autem firmiùs hæreat hic Canon, vide qua ratione conſtructus ſit. Sicut enim ex Radicibus, Quadrati numeri per multiplicationem exurgunt: ſic etiam ex Quadratis rurſum Radices colliguntur. Hoc vt facilius intelligas, partire numerũ multiplicandum in tot partes quot ſcribitur figuris, & ſic multiplicationem perfice. Vt volo 23 in ſe ducere, Primò ducuntur 3 in 3, deinde 3 in 2, deinde 2 in 3, & poſtremò 2 in 2. Diſſoluto autem numero, ducuntur 3 in 20, & 3 in 3: Item 20 in 3, & 20 in 20. Vnde colligimus in omni multiplicatione Quadrata, quamlibet partem numeri ſic diſtincti, ſemel in ſeipſam duci, & bis in

bis in quamcunq; aliam. Quod vt quarta ſecundi Euclidis docet, ſic experientia videre licet. Facilè igitur è contrario, eruemus Quadrata ſingularum partium, quæ ſemper in multiplicationum collectione, impares ſedes obtinent. Deinde quoniam quilibet Digitus bis in quoſcunque alios ducitur: ideo iam inuentum digitum duplamus, inquirimusq́ue quis ſit Digitus qui in hoc duplum ductus, ac deinde proximo loco in ſe ductus, numerum ſibi ſuprapoſitum deleat; Sicq́; pergimus donec tot habeamus Digitos Radicis, quot ſunt loca imparia in Quadratis.

Summa igitur huius doctrinæ eſt, primò inuenienda Radix numeri, qui ab vltimo puncto verſus ſiniſtram eſt, &c. idq́; tantùm ſemel. Secundò duplandum quicquid in Quotiente eſt: idq́ue ponendum intra puncta. Tertiò diuidendum per Duplum, quærendo quoties in ſuprapoſito habeatur. Quartò multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodem Digito adiuncto. Tandem ſubducendum: & reſiduum ſuperiori loco notandum.

Ex reſiduo verò ſi quod fuerit, Minutias quodammodo colliges hoc pacto, Dupla Radicem inuentã, dein Vnitatem adij- 12

ce:huic

ce: huic numero tanquam Denominatori ſuprascribito Reſiduum.

Alio modo ſi velis partes quaſcunq; colligere, nomen illarū partium duc in ſeipſum: quod deinde prodit, duc in numerū cuius Radix quærenda eſt: Sūmæ huius inquire Radicem, Radix erit Numerator partium. Exempli cauſa, inquirere cupio Radicem de 200: Igitur quoniam Quadratus numerus non eſt, volo inuenire in Minutijs ſiue partibus, eius Radicē: hoc eſt, quot centeſimas vel alias partes habeat Radix vltra integra. Nunc ergo, doctrinæ gratia, cēteſimas libet inuenire: Multiplico igitur 100 in ſe, hoc eſt, in 100: exurgūt 10000: quę deinde duco in 200: exeūt 2000000: huius Radix, 1414 centeſimæ: quæ ſic ſcribi poſſunt $\frac{414}{100}$. Quoniā ergo ſuperior maior eſt inferiori: per Regulas reductionum diuide ſuperiorem per inferiorē: exurgūt 14 & $\frac{14}{100}$: hoc eſt, $\frac{7}{50}$. Habes igitur Radicē de 200, eſſe 14 $\frac{7}{50}$: idq́; ſatis exactè. nam ne centeſima quidem pars Integri deeſt. Neq; te fatiges nimis inquirēdo Radicem: quia ſi prima inquiſitione non inueneris: nunquam radix dari poterit legitimè operando. Nam plurimi numeri veris Radicibus carent: atque hos Surdos vocant.

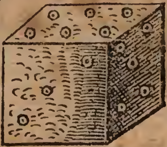
Exa-

Examen.

Multiplica Radicem iam inuentam in ſeipſam: producto adijce reſiduū ſi quod fuerit: ſi tum prior ſumma de qua Radicem inquiſiuiſti, redierit: bene es operatus: alioqui erratum fuiſſe alicubi ne dubites.

De Radice Cubica.

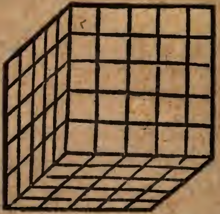
Quemadmodum Radix Quadrata, dicitur numerus, qui in ſe ductus, numerum conſtituit Quadratum: idq́ue à ſimilitudine Quadratorum in Geometria, vt diximus: ita Radix Cubica à Cubo Geometrico nomen ſortita eſt. Vt enim Cubus conſtat primùm ex ductu lateris vnius in alterum (ſic enim Superficies conſtituitur) deinde ex ductu eiuſdem Superficiei iam procreatæ in eandem lineam lateris: qualia ſunt corpora ea quæ teſſeræ nomen habent: Ita numerus Cubicus dicitur, qui cōſtat ex ductu numeri alicuius in ſeipſum, deinde ex eiuſdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur Radix Cubica.



Cubus, Teſſera.

Figu-

Figura Cubici numeri.



Cubus 125, Radix 5.

Vt, duc 6 in ſe, hoc eſt in 6: exurgunt 36: quæ iterũ multiplica per 6: exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum eſſe: 6, eius radicem Cubicam.

Talem igitur Radicem inquirere hoc loco docemus. Quemadmodum autem in Quadratis noſſe oportet nouem prima Quadrata, eorumq́ue Radices: ita hîc præſcire nouem Cubicos primos numeros, eorumq́ue Radices oportet: Qui ſic habent,

Radi-

Radices.	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Vt verò facilior ſit Radicum Cubicarum extrahendarũ ratio:aſpice paucis Cubicorum numerorum ex ſuis Radicibus generationem. Contraria enim ratio erit eruendæ radicis. Si igitur numerus quiſpiã in ſe cubicè, hoc eſt, ſemel in ſeipſum: deinde rurſum in ſuum productum ducatur: numerus ſic generatus, Cubus vocatur: Idem ille Cubus producetur, ſi quiſpiam Radicem ſuam in quotuis partes fregerit, & quamlibet per ſe cubicè multiplicauerit partem: deinde cuiuſque partis triplum in Quadratum reliquarum partium viciſsim multiplicauerit. Hoc pulchrè Cardanus in duabus partibus demonſtrauit. Verùm in Arithmeticis ſufficiunt oculares demonſtrationes pro diſcentibus. Ideo ſubijciamus hunc numerum in ſe multiplicãdum

cubicè, 345: Frangam illum in ſuas partes, nempe 300, 40, 5. Multiplico quamlibet partem in ſe cubicè, fiunt 27000000, 64000, & 125. Deinde quadratum de 300, ſcilicet 90000, multiplico per triplum de 40, hoc eſt 220: fiunt 10800000. Item Quadratum viciſsim de 40, hoc eſt 1600, duco in triplum 300, ſcilicet in 900: fiunt 1440000. Deinde accipio has duas partes pro vna, quæ erit 340: Huius Quadratum 115600, duco in triplum reliqui numeri, hoc eſt in 15: fiunt 1734000. Viciſſim autem Quadratum huius, nempe 25, duco in triplum illius, hoc eſt in 1020: producuntur 25500. Iam tandem tres Cubicos numeros cum quatuor alijs productis colligo in vnam ſummam, ac colligo 41063625. Hanc eandem ſummam colligo ſi 345 in ſe ducam, & rurſum in ſuum productum. Ita contraria via, Cubi fiunt, ac Radices extrahuntur. Vides enim quomodo in Cubi productione tot ſunt Cubi particulares, quot erant in Radice figuræ: & quilibet cubus ſuum locum obtinet ab altero duobus diſtantem locis. Deinde cuiuslibet numeri, à ſiniſtris incipiendo, Quadratum, ter in præcedentem multiplicatur: & viciſsim, Quadratum præcedentis, ter

tis, ter in ſequentes coniunctim ducitur. Vnde non mirum eſt in extractionibus Radicum oppoſita procedi via. Poterat hoc quod diximus Geometricis demonſtrationibus corroborari: ſed vt diximus, in Arithmeticis ſufficiunt inductiones ab experientia factæ: quoniam numeri ſenſibus ſubiecti ſunt.

Inquiſiturus ergo radicē Cubicam numeri cuiuſpiam maioris quàm 1000, (minorum enim ars non exiſtit, niſi per Fractiones, vt docebimus, aut ex hac Tabella) Primam figuram ſigna puncto: deinde intermiſsis duabus figuris, quartam: ac ita deinceps ad finem, à dextris læuam verſus accedendo, omiſsis duabus figuris, ſequentem puncto ſigna: vt hic vides 41063625. Atque hîc rurſus vt in Quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figuræ Radicem Cubicam numeri propoſiti explicantes, propter cauſas dictas. Vide etiam quæ ſit Radix Cubica numeri qui eſt ab vltimo puncto deinceps ad ſiniſtrā: ſiue is vna figura fuerit, ſiue binæ, ſiue etiam ternæ: Si verò radix in promptu non fuerit, quære numerum hunc in Tabella inter cubicos: Quòd ſi non reperiatur, vide proximè minorem: eiuſque Radicem nota ſeorſum,

vt in quadratis. Veluti in noſtro exemplo, quære 41 inter Cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem, 27 ſcilicet: cuius Radix Cubica eſt 3: ea nota ſeorſum. Deinde Cubicum hunc (veluti 27 in noſtro exemplo) ſubduc ex numero propoſito à puncto vltimo deinceps, ſcilicet 41: reſtant 14: ea ſupraſcribe, quemadmodum in Diuiſione & in Quadratis dictum eſt.

Atque hoc in	1 4
omni Radicũ in-	4 1 0 6 3 6 2 5
quiſitione primũ	. . .
eſt præceptũ: nec	27 (3

deinceps repetitur. Verùm ſequens Canon toties repetendus eſt, quot fuerint puncta reliqua.

Tripla ſcilicet quicquid in Quotiente eſt: Triplum ponito ſub figura proxima puncto præcedenti verſus læuam: ſi plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rurſus multiplica eundem Quotientem in Triplum (vel Quadratum
22 quotientis tripla, idem enim efficies) Productam nota verſus læuã, ſemotius quàm Triplũ inceperis, & loco inferiori: vt ſint iam duo numeri diſtincti, quorũ prior Triplum, alter Diuiſor à nobis iam vocabitur.

Per

Per hunc Diui	1 4
ſorē, qui eſt Tri-	~~4~~ ~~3~~ 0 6 3 6 2 5
plum Quadrati	. . .
Quotientis, diui	9 Triplum
des numerum ſi-	2 7 Diuiſor (3

bi ſupraſcriptum, adiecta tamen conditione ſequenti. Diligenter conſidera quoties Diuiſor hic in numero ſuprapoſito contineri poſsit: hunc Quotientem adſcribe priori, verſus dextram. Deinde hunc Digitum ſiue Quotientem inuentum, duc in Diuiſorem: productum eidem Diuiſori ſubijce. Mox eundem Digitum ſeu quotientem duc in ſe, ſiue (vt vocant) quadra: quadratum deinceps in Triplum: productum huic Triplo ſubijce, & loco inferiori quàm prius productum. Tandem eundem Digitum ſeu Quotiētem cubica, hoc eſt multiplica in ſe, rurſumq́ue in productum: Cubicum hunc ſub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in vnam ſummam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, ſi poſſunt à ſuperioribus ſubduci, ſubduc: & reſiduum ſupraſcribe. Sin minus, minuendus eſt Digitus ille Quotientis eouſque, ac tentandū per multiplicationem ac additionem, quò ſubduci poſsit à ſuperiori: manente ſemper Di-

uiſore & Triplo. Vt in noſtro exemplo, trì pla Quotiētem, ſcilicet 3: exurgunt 9: quæ ſcribe ſub 6, deinde multiplica eadem 3 in 9, exeunt 27: quæ collocantur vna figura deinceps verſus læuam, & loco inferiori. Diuide igitur 140 per 27: atque comperies quater contineri in 140. Scribe igitur 4 apud 3. Iam multiplica 4 in 27: exeunt 108: quæ notanda ſunt ſub 27. Secundò multiplica 4 in ſe quadratè, hoc eſt ſemel: exeūt 16: hæc duc in Triplū, ſcilicet 9: exurgunt 144, collocāda ſub Triplo. Tertiò multiplica 4 in ſe cubicè, hoc eſt bis: exeunt 64, ſtatuenda ſub puncto: tādem collectis his tribus productis in vnam ſummam, prodeunt 12304: Quæ aufer ex ſuperioribus, ſupraſcripto reſiduo, 1759.

1
~~1~~ ~~4~~ 7 5 9
~~4~~ ~~1~~ ~~0~~ ~~6~~ ~~3~~ 6 2 5
. . .

9
27 Diuiſor. (34
108
144
64 Cubus.
12304 Summa.

Hæc

Hæc igitur ſumma eſt totius operationis. Nam quicquid deinceps reſtat, ne puncto quidem differt à iam dicto Canone. Ne tamen per ſocordiã videamur defuiſſe ſtudioſis, repetemus operationem Canonis per exemplum propoſitum.

Tripla igitur totum Quotientem, ſcilicet 34 exeunt 102: quę colloca ita vt prima ſit ſub figura quæ proximè ſequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine: Deinde rurſus multiplica totum Quotientem, nempe 34, in Triplum ſcilicet 102: ſurgunt 3468: ea colloca ſub Triplo: verùm vt vno loco poſt Tripli initium ſumat exordium: Hic igitur numerus, Diuiſoris vice fungitur. Vide iam quoties in ſuperiori contineatur. Quoniam ergo 3 in 17 tantùm quinquies habentur, adiunge 5 ad Quotientem: deinde multiplica 5 in 3468 Diuiſorem: hinc creſcunt 17340, collocanda ſub Diuiſore. Secundò multiplica Quadratum eiuſdem Digiti poſtremò in Quotientem additi, quod eſt 25, in Triplum, ſcilicet 102: naſcuntur 2550, notãda ſub Triplo. Tertiò, duc eadẽ 5 iam poſtremò in Quotiẽtem poſita, in ſe bis, hoc eſt cubicè: oriuntur 125, ſtatuẽda ſub puncto. Tandẽ tria hæc procreata ſiue producta, in

vnam ſummam collecta, eo ordine quo poſita ſunt, efficiunt 1759625: quæ ex ſuperioribus extracta, nihil relinquunt. Quod indicium eſt, numerum propoſitũ ab initio fuiſſe verè Cubicum. Atque iam inueniſti Radicem Cubicam eius eſſe 345.

Hîc quoque idem notandũ, quod in Quadratis monuimus, dũ per diuiſionem nullus Quotiẽs inueniri poteſt, ſcribendum eſſe in quotiente Cyphram o, ac tum rurſus incipiendum à Canone: primò triplãdo, triplum verò ſub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum ſequens, 129554316: Huius Radix, eſt 506: ac reſtant 100. Item Huius 8061234, Radix eſt 200: reſtant verò 61234.

1 7 5 9
~~4 3 0 6~~ 3 6 2 5
· · ·
1 0 2
3 4 6 8 (345
1 7 3 4 0
3 5 5 0
1 2 5
1 7 5 9 6 2 5

Atq; ideo huiuſmodi Numeri non ſunt Cubici, neque eorum Radix vnquam inueniri poterit, quin ſemper vel minimum deſit vel ſuperſit. In partibus ſiue Fractis tamen exactè vſq; adeò inquiri poteſt Radix

dix eorum Cubica, vt parum omninò & ſenſum fugiens deſideretur: Quod hoc pacto fit: Multiplica Nominatorem Fractionis in ſe Cubicè: hoc productũ duc in Numerum cuius Radix inuenienda proponitur: totius huius ꝓducti inquire Radicem Cubicã: ea oſtendet quot tales particulas, quales ſcire voluiſti, contineat Radix.

Exempli gratia, Volo inquirere quot cẽteſimas habeat Radix Cubica de 623: ob id duco in ſe Cubicè 100: fiũt 1000000: ꝑ hũc multiplico 623: exurgũt 623000000: huius Radix Cubica, eſt 854: & reſtant 164136. Pronuncio igitur Radicem Cubicam de 623 eſſe $\frac{834}{100}$: hoc eſt, 8 integra & $\frac{54}{100}$: quæ valent dimidium & $\frac{1}{25}$. Ita potes non ſolùm centeſimas partes, verùm milleſimas, & milleſimarũ milleſimas inquirere: & nõ ſolùm in Integris, verùm etiam in Fractis ſiue Minutijs.

DE PARTIBVS SIVE MINVTIIS.

SI partium Radicem Quadratam vel Cubicam inuenire deſideras: quęre Radicẽ Numeratoris, & Radicem Denominatoris: quæ duæ: Radicem explicabunt: Vt Radix Quadrata de $\frac{16}{25}$, eſt $\frac{4}{5}$. Item Radix Cu-

bica de $\frac{27}{64}$, ſunt $\frac{3}{4}$. Cùm verò alter eorum Radice caruerit, fruſtrà inquiras in altero. Vt $\frac{16}{27}$, quanuis Radix Quadrata de 16 detur: quoniam tamen 27 Radicem Quadratam non habent: dico fractionem Radice carere. Contrà, 27 quanuis Radicem habeant Cubicam: tamen fractionem carere dico Radice Cubica: quia 16 non habent Radicem Cubicam. Ita $\frac{16}{27}$ neque Radicem Cubicam, neque Quadratam habent. Poteſt tamen in huiuſmodi inquiri radix in minimis particulis, & ad ſenſum non fallens, per Regulam antea datam de Surdis numeris in integris.

Aut ſi breuiori via lubet hoc negocium abſoluere: Præpone & Numeratori & Denominatori aliquot Cyphras: vtriuſq; tamen æquè multas. Deinde vtriuſq; quære Radicem, eritq; Radix Numeratoris, Numerator: & Radix Denominatoris, Denominator Minutiarum Radicem explicantium. Vt libet ſcire Radicem dodrantis, ſiue $\frac{3}{4}$, præpono & Numeratori & Denominatori quatuor Cyphras, hoc pacto, $\frac{30000}{40000}$, Deinde quæro Radicem ex 30000: quam colligo 173. Simili modo quæro Radicem ex 40000: quæ valet 200: Vnde concludo Radicem ex $\frac{3}{4}$ eſſe $\frac{173}{200}$.

Qua-

Qualiter verò aliæ Radices Numerorũ, quales ſunt Quadrata Quadratæ, Quadrata Cubicæ, Surſolida vt vocant, ac aliæ omnes in infinitum, inquirãtur, dicemus, ſi Deus annuerit, cùm de Regula Algebræ, ſiue Coſæ tractabimus ſeorſum. Iam breuibus aliquot Quæſtionibus vſum harum oſtendemus: qui tamen in Geometria ac Aſtrologia, in immenſum patet.

Quæſtio prima.

Turris quædam alta 200 pedes, in ambitu habet foſſam 60 pedum: Iam ab vlteriori ripa ad cacumen turris, fabricanda ſcala eſt: Eius longitudinem ſic inuenies: Multiplica 200 in ſe quadratè, exurgunt 40000: Similiter 60 in ſe: efficiunt 3600: quæ adde ad prius Quadratum, nempe 40000: exurgunt 43600 huius Radix Quadrata, ſcilicet 208 $\frac{14}{17}$ quaſi, oſtendit longitudinem ſcalæ fabricandæ. Cuius ratio eſt, quoniam hîc intelligitur Trigonus rectangulus, cuius duo Quadrata minorum laterum perpetuò tãtundem faciunt, quantum, maximi lateris Quadratum, per penultimam primi Euclidis.

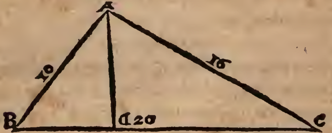
Quæſtio ſecunda.

Ex eodem fundamento, Si habeas ſca- 27

lam 100 pedum,eamque remoueas 20 pedibus à turri: ſcies quantum protenditur in turrim.Multiplica enim 100 in ſe:fiunt 10000: ſimiliter 20, ſunt 400: quæ aufer ex 10000,reſtāt 9600: cuius Radix Quadrata per modum iam traditum inuenta, indicabit quantum in turri protenditur ſcala:nempè paulò minùs 98 pedibus.

Quæſtio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus,cuius tria latera ſunt nota,16,10,20: Verùm capacitas ſiue quantitas agri triangularis non poteſt commodè ſciri,niſi co-



gnita linea perpendiculari, ex angulo maiori ad latus oppoſitum,qualis eſt AD:quā ſi multiplicaueris in medietatem BC, exurgit vera area aut ſuperficies agri. Ergo vt lineam AD, per numeros inuenias, per decimamtertiam ſecundi Euclidis,Multiplica vnumquodq; latus in ſe: fiunt 100, 256,& 400:deinde adde duo maiora quadrata,

drata, ſcilicet 256, cum 400: exurgunt 656. Hinc aufer minimum Quadratum, ſcilicet 100: reſtant 556: hæc media ſemper, fiunt 278: ea diuide per maximum latus, ſcilicet 20, fiunt 13 $\frac{9}{10}$, linea DC, ſemper: maior ſcilicet portio baſis: ergo reliqua B D, 6 $\frac{1}{10}$. Iam vt habeas lineam AD, duc in ſe 6 $\frac{1}{10}$: fiunt 37 $\frac{21}{100}$: Item duc in ſe 10, fiunt 100: aufer minus à maiori, reſtant 62 $\frac{79}{100}$, cuius Radix Quadrata longitudinem AD, perpendicularis oſtendit: videlicet circiter 7 $\frac{9}{10}$ & $\frac{19}{79}$ vnius decimæ: quæ ſi multiplices per dimidium baſis, nempe 10: exurgunt 79. tantum continet area trigoni, ac amplius paulò plus $\frac{1}{4}$.

Alia via.

Idem aliter efficies ſine cognitiõe perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46: hæc media, fiunt 23: hinc aufer ſingula latera, reſtant 13, 7, 3: hæc tria reſidua duc in inuicem: primùm 13 per 7, fiunt 91: hæc per 3, fiunt 273. Hoc productum rurſus multiplica per medietatẽ omnium laterum 23, producuntur 6279: huius Radix Quadrata 79, paulò plus $\frac{1}{4}$, quãtitatem areæ oſtendit. Si velis hanc Quæſtionẽ clariùs intueri per numeros non ſurdos, tum ſtatue latera 15, 20, 25, ſic inuenies areã 150.

Vas

Vas ſphæricum quoddam continet 60 ſextarios liquoris: eius diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum eſt Cubicum corpus eiuſdem capacitatis cum ſphærico: quęritur longitudo Cubici corporis. Hoc vt efficias, inquiras capacitatem ſphæræ ex Diametro nota: Exempli gratia, ſtatuta eſt 14 palmorũ: hos multiplica bis in ſe, hoc quod vocant, cubicè: fiunt 2744: deinde per Regulam Geometricam ex Archimedis inuentione repertam, duc 2744 in 11, exurgunt 30184: ea diuide per 12, inuenies 1437 $\frac{1}{3}$. Hanc enim volunt eſſe capacitatem ſphæræ, ſecundum Diametrum notam: hoc eſt, ſphæram & Cubum, ſi eiuſdem altitudinis fuerint, eſſe in proportione 11 & 21. Igitur ſi Radicem Cubicam de 1437 $\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus Cubici corporis, quod æquale fiet ſphærico, ſcilicet 11 palmos, & $\frac{7}{25}$ quaſi.

AT quoniam harum quęſtionum Geometricarum enodationes, Geometrię non mediocrem requirunt peritiam: in præſentiarum miſſas has facere ſtatuimus: ac ad libellũ de Geometriæ praxi ſeruare.

Et iam finem facerem, niſi in memoriam veniret promiſsionis de Regula Falſi, qua

ſi, qua ratione ea liceat vti in exemplis ſecundæ, tertiæ, & quartæ regulæ, quam vocant Coſæ, quod ante nos nemo tentauit. Verùm vt rem breuibus accipias, proponenda priùs Exempla ſunt.

Eſt area quædam quadrangularis, continens in ſuperficie 200 cubitos quadrangulos: eius longitudo eſt dimidio maior longitudine: Quæritur & longitudo & latitudo. Per Regulam ergo Falſi, pone latitudinem 4 cubitorũ: erit lõgitudo 6: duc in inuicẽ, exurgunt 24: debebant eſſe 200: abſumus igitur à ſcopo 176. Rurſus pone latitudinem 20, erit longitudo 30: duc hæc in inuicem, exurgunt 600: excedunt ſcopum 400. Huc vſque omnia Regulæ Falſi conſonant. Sed iam multiplica Hypotheſes in ſe quadratè, 4 ſcilicet & 20: fiunt 16 & 400: hæc Quadrata ſint tibi Hypotheſes, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, vt in Regula Falſi docuimus: Multiplica ſcilicet 16 per 400: fiunt 6400: ſimiliter 400 in 176: fiunt 70400: hæc adde: exurgunt 76800: Similiter adde differentias: fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576: habes 133 $\frac{2}{3}$: huius quære Radicem Quadratam: ea latitudinem tibi oſtendet, ſcilicet 11 $\frac{27}{50}$ paulò

paulò plus. Ergo longitudo $17\frac{1}{100}$ paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 ferè conſtituũt. Neq; vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi poteſt.

REGVLA FALSI VNIVS POSITIONIS.

HAec exempla & plura alia cõmodius faciliusque fient per vnam poſitionem. Cùm enim operatus fueris cum hypotheſi data ad finẽ vſque Quæſtionis ſecundum tenorem Exempli, ſi non aſſecutus es ſcopum, tum diuide numerum propoſitum, qui tanquam Regula proponitur, per vltimum tuæ operationis numerum: producti quære Radicem, ſi exemplum fuit ſecundæ regulę Coſæ: aut Cubicam, ſi tertiæ: aut denique Radicis radicem, ſi quartæ fuit: per radicem multiplica primum numerum poſitum à te: prouenit numerus quæſitus.

Quod prius propoſitum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15: quæ duc in inuicem, prouenit 150. Sed debebant eſſe 200. Diuide igitur 200 per 150, prouenit $1\frac{1}{3}$: cuius ſi Radicem multiplices per 10, prouenit $11\frac{12}{23}$ quaſi, quæ parum à ſuperiore differunt.

Eſt

Eſt autem hæc Regula ex Regula proportionum, ſiue de tribus numeris, formata. Vnde quoque alio poteris operari modo. Dices enim, ſi 150 prodierunt ex 10 longitudine, vnde ſurgent 200? Verùm in hoc propoſito neceſſe eſt hypotheſim, ſcilicet 10, in ſe ducere, vt fiat numerus ſuperficialis, hoc eſt, ex duorum multiplicatione productus: quales ſunt & reliqui numeri in Regula poſiti. Eſt enim proportio inter quantitates eiuſdem generis tantùm. Ergo duc 200 in 100: fiunt 20000: quæ diuide per 150, collige $133 \frac{1}{3}$. huius quęre Radicem: ſic colliges longitudinem 11 cubitorum & $\frac{12}{23}$ fermè. Eodem modo in alijs agito.

Tres ſunt Numeri in dupla proportione: ſi Quadrata eorum coniungantur, efficiunt 189: Finge primum 2: erit ſecundus, 4: tertius, 8: Quadrata ſunt 4, 16, 64: quæ ſimul reddunt 84: Sed debebant eſſe 189. Diuide igitur 189 per 84: proueniunt $\frac{9}{4}$: cuius radix $\frac{3}{2}$: quæ duc in primum, ſcilicet 2: proueniunt $\frac{6}{2}$, ſiue 3: qui erit primus numerus, ſecundus, 6: tertius, 12: Quadrata 9, 36, 144: quæ ſimul faciunt 189, vt volebat Quæſtio.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis: qui quot numero ſunt, tot vlnas habeo pro 15 aureis. Volo ſcire aureorum ſummam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas: at debebant eſſe 20 tantũ vlnæ, quot ſcilicet ſunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic eſt tanquam ſcopus propoſitus, per 20, Hypotheſim ſcilicet: proueniunt $\frac{9}{4}$: quorum radix valet $\frac{3}{2}$: quæ duc in 20, proueniunt 30. Aut pone precium panni 20 aur. Deinde dic, 60 vlnæ conſtant 20 aur. quanti 20? prodibunt per Regulam $\frac{20}{3}$. Iam dic, $\frac{20}{3}$ prodeunt ex 20, ex quibus prodibunt 15? Duc Hypotheſim in ſe: fiunt 400: hæc duc in 15: productum diuide per $\frac{20}{3}$: prodeunt 900: quorum Radix eſt 30, qui eſt numerus quæſitus.

Quadratum propoſitum eſt, quod 154 obtinet pedes: Volo ex Archimedis Regula Circulum illi æqualem deſcribere: quæro quanta debeat eſſe Diameter: Finge 7 pedum: igitur ſecundum Archimedis inuentum, Peripheria habet 22, area $38\frac{1}{2}$, Sed debebant eſſe 154. igitur diuide 154 per $38\frac{1}{2}$: proueniunt 4: horum radix valet 2: quæ duc in 7: proueniunt 14. tantus erit Dimetiens.

Merca-

Mercatores aliquot inito conſortio, adferunt ſinguli decies tot aureos quot ſunt mercatores: lucrantur centenis ſingulis aureis bis tot aureos quot ſunt mercatores: lucri dimidium oſtendit quantum quiſque attulerit: Quæſtio eſt de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuiſſe mercatores: adferunt ſinguli 50 aureos: ſumma producit 250 aureos. Lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25. huius dimidium 12 $\frac{1}{2}$ debebat oſtendere quantum quiſque attulerat, ſcilicet 50. Diuide igitur 50 per 12 $\frac{1}{2}$: proueniunt 4: quorum Radix Quadrata 2, ducta in 5, facit 10 mercatores.

Conſumpti ſunt in ſympoſio 75 denarij: ſoluit quiſq; conuiuarum tertiam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ? & cætera. Finge 12: ergo quiuis ſoluit 4 denarios, vtpote $\frac{1}{3}$ de 12: quæ duc in 12: exeunt 48: Debebant autem perſoluere 75. Diuide igitur 75 per 48: proueniunt $\frac{25}{16}$: cuius Radix $\frac{5}{4}$. ea multiplica in 12, exurgunt 15 conuiuæ.

Mercatores quidam ignoto numero, inito cōſortio cōferunt ſinguli decies tot aureos quot ipſi ſunt numero mercatores:

lucrantur ſingulis centenis, totidem aureos quot ſunt homines ipſi numero. Iterum ſolo lucro negociantur, & lucrantur ſingulis centenis vt prius: compertum autem eſt ſortem ipſam vigeſies & quinquies tantùm valere quantùm lucri lucrum: quot erant negociatores? &c. Finge 10: ergo ſinguli contribuunt 100: ſumma facit 10000. Lucrantur per 100, 10 aureos: ergo per 1000, lucrantur 100. Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur 10: quæ debebant eſſe viceſima quinta pars ſortis, ſcilicet 1000: Sed viceſima quinta pars eſt 40: igitur diuide 40 per 10: fiunt 4: quorum Radix Quadrata 2, ducta in 10, facit 20 mercatores. Adfert quiſque 200 aureos: ſumma 4000: lucrantur per 100, 20: ergo per 4000, 800. Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur 160: quæ multiplicata per 25, efficiunt ſortem præſcriptam 4000.

EX TERTIA REGVLA Coſæ, ſiue Algebræ.

IN tertia Regula Algebræ vbi priùs multiplicaſti quadratè, hîc multiplica cubicè: hoc eſt, bis in ſe. Simili ratione vti præcedenti Regula Radicem Quadratam inquiſi-

quiſiuiſti: hîc Cubica inquirenda eſt: cætera non mutantur,ſiue per vnam poſitionem,ſiue per duas operatus fueris.

Murus eſt extruendus Quadratus, qui contineat 432 lapides Cubicæ figuræ. Volo autem vt longitudo latitudini ſit ęqualis:ſed altitudo,$\frac{1}{4}$ lōgitudinis: quæro quæ ſit longitudo, latitudo,& altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem ſimiliter 4: erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4, per 4: exurgunt 16: ea duc in altitudinem, 1 ſcilicet: manent 16: Debebant autem eſſe 432. Igitur diuide 432 per 16: exurgunt 27: quorum Radix Cubica 3, ducta in 4, facit 12. tanta erit lōgitudo & latitudo: altitudo 3.

Murum conſtruere ſtatui, cuius longitudo latitudine ſiue craſsitie ſit dimidio maior: & altitudo dimidia parte maior longitudine: continebit autem in ſumma 5832 lapides cubicos,hoc eſt,hexædros,ſiue ſex ſuperficierum ęqualium,& laterum æqualium: quæritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem, nempe craſſitiem, 2: erit longitudo 3: altitudo, $4\frac{1}{2}$: duc hos in inuicem, ſcilicet 2 in 3, fiunt 6 hæc per $4\frac{1}{2}$, exurgunt 27. Debebant au-

tem eſſe 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216: harum Radix Cubica 6, ducta in primam Hypotheſim, ſcilicet 2, facit 12: ea erit craſsitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecuniæ ſumma emit piperis tot Lib. pro vno aureo, quanta eſt medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, accipit pro 25 Lib. tot aureos quot ab initio expendit: ac in fine 20 tantùm aureos habuit. Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas. Finge ipſum 50 habuiſſe aureos: ergo pro vno aureo emit 25 Lib. piperis: ſi pro vno 25, quantum 50? facit 1250 Libr. piperis. Vendit 25 Lib. pro 50 aureis: ergo 1250 pro 2500. Sed debebat habere tantùm 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500: producuntur $\frac{20}{2500}$, ſiue $\frac{2}{250}$, aut tandem $\frac{1}{125}$. huius Radix Cubica valet $\frac{1}{5}$. hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Vt autem poſsis notare quænam Exempla ſint primæ Regulæ Algebrę, quæ ſecundæ, & quæ tertiæ, & cætera, hoc eſt, in quibus ſit inquirenda Radix Quadrata, in quibus Cubica, & ſic de reliquis: nota diligentiſsimè operationis proceſſum. Nam ſi theſis ſeu poſitio non multiplicatur per

alium

alium numerum, tunc ſub prima Regula cadit Exemplum: nec opus eſt Radicis extractione. Si verò ſemel multiplicatur per alium ex progreſſu operationis inuentum: tum incidiſti in ſecundam regulam Algebræ. ac opus erit Radicis Quadratæ inuentione. Quòd ſi poſitio in alium per operationem inuentum ducitur, & productum rurſum vel pars eius in alium: tunc Cubica Radice opus eſt. Similiter iudicabis de reliquis Regulis ſeu Radicibus ſecundum multiplicationis repetitionem.

EX QVARTA REGVLA COSAE.

ET hic idem modus operandi eſt qui in præcedentibus, tantùm mutato nomine Cubi in Quadrati quadratum: & Radicis Cubicæ in Radicis radicem. Vocamus autem Quadrati quadratum, numerum, qui ex ductu Quadrati alicuius in ſe ipſum producitur. Vt cùm 9 ſint Quadratum de 3, erunt 81 Quadrati quadratum: & ratione hac, 3, Radicis radix de 81. Radix enim de 81, valet 9, huius item Radix 3.

Duo ſimul inſtituunt negociationem:

ſed prior quadruplo plus habet pecuniæ quàm alter: Emit idem piperis tot Lib. pro vno aureo, quot habet in ſumma aureos: Deinde rurſus vendens piper, accipit pro 16 Lib. piperis, tot aureos, quot valet centeſima pars Librarum piperis. Alter emit crocum, pro vno aureo tot Lib. quot habet aureos. Vendens crocum, accipit pro vna Lib. croci, dimidio plus quàm prior accepit pro 16 Libr. piperis. Tandem nummos computantes, inueniunt 250. Quæritur vtriuſque ſumma. Finge priorem habuiſſe 80: ergo poſterior 20. Item, emit prior pro vno aureo 80 Lib. ergo pro 80 aureis 6400 Lib. Vendens iam piper, accipit pro 16 Lib. 64 aureos, vtpote centeſimam de 6400. Iam dic, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum, pro vno aureo 20 Lib. ergo pro 20 aureis 400 Lib. vendit vnam libram dimidio pluris quàm prior 16 Libras piperis, ſcilicet pro 96. Iam dic, 1 Lib. pro 96 aureis, quanti 400? facit 38400. Hanc ſummam coniunge priori, ſcilicet 25600: facit 64000, ſed debebant eſſe 250 tantùm. Igitur diuide 250 per 64000: fiunt $\frac{25}{6400}$, quæ valent $\frac{1}{256}$. Huius Radicis radix eſt $\frac{1}{4}$ nam Radix prior 256, eſt 16: cuius deinde

Radix

Radix valet 4. Vnitatis autem Radix ſemper eſt 1. Quòd autem in hac Quæſtione opus ſit extractione Radicis Quadratæ ex quadrata, id in operationis progreſſu colligitur, vt monuimus, ex multiplicationis repetitione. Vt cùm dicis, emit pro aur. 80 Libras: ergo pro 80 aureis, 6400 Lib. hîc vnam multiplicationem perfeciſti. At cùm dicis, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Hîc triplicem facis multiplicationem, eo quòd duo numeri propoſiti in Regula ambo ſint ſemel multiplicati. Nam 6400, excreuerant ex ductu 80, in 80. Item 64, erant centeſima pars ex 6400: pars verò & totum, eiuſdem hîc æſtimantur naturæ: ſicut quælibet pars lineæ, linea eſt: & pars ſuperficiei ſuperficies. Hoc autem admonere volui, quia difficultatem habet non exiguam. Igitur multiplica 80 per $\frac{1}{4}$: proueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero: Emit prior pro vno aureo 20 Lib. ergo pro 20 aureis 400 Lib. Accipit pro 16 Lib. piperis, 4, nempe centeſimam partem de 400, igitur pro 400 Libris, 100 aureos. Alter emit croci 5 Lib. pro vno aureo: igitur pro 5 aureis, 25 Lib. Vendit vnam Lib. pro 6 aureis: hinc eſt quòd 25, pro 150, vendidiſſe conſtet. Iam 150

cum 100 autem, efficiunt 250 aur. vti voluit Quæſtio.

Hæc adijcere tempeſtiuum mihi videbatur, vt Radicum vſum nonnihil declararem: quas alioqui niſi huiuſmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum ſcopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil iſta eſſe ad perfectionem illam Regulæ illius diuinæ Algebræ: quum multa ſint erotemata ſimilia etiam ſecundæ vel primæ regulæ, quæ ſine Algebræ perfecta cognitione abſolui nequeunt: vt interim omittam omnia quintæ, ſextæ, ſeptimæ, ac reliquarum Regularum Exempla: quæ perpulchrè Chriſtophorus Ianuer in ordinem digeſsit, & Hieronymus Cardanus profundiſsimis adinuentionibus ampliauit. Sed hæc veluti præambula ac progymnaſmata ſint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus, faciliori (vt ſperamus) ordine ac methodo, quàm hactenus tractata licuit videre.

DE PROPORTIONE, PARS QVARTA.

PRoportionem appellant Mathematici diuerſarum quantitatum ad inuicem habitum, ſeu rationem, Euclides λόγον appellat. Ac primùm in triplicem diſtinguitur: In Muſicam videlicet, quæ concentuum ſeu tonorum ad inuicem ſymmetriam tractat: In Arithmeticam, quæ ſecũdum qualitatem exceſſus proportionem metitur: veluti ſi dicat quis, 12 ad 8, eam habere rationem quam 16 ad 12, eo quòd vterque exceſſus æqualis ſit. Demùm in Geometricam, quam in præſentiarum tractamus: Ea eſt duarum eiuſdem generis quantitatum certa adinuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionẽ: nempe Aequalitatis & Inæqualitatis. Proportio Aequalitatis, eſt dum duæ quantitates æquales adinuicem comparantur: vt 6 ad 6, 100 ad 100. De hac nihil amplius dicendum eſt.

Proportio inæqualitatis, quæ eſt dum duæ inæquales quantitates, eiuſdem tamen generis, adinuicem conferuntur: Diuiditurq́; in proportionem maioris Inæqualitatis & minoris: Quæ ſanè non alia ratione diſsident, quã quòd in illa maior ad mino-

minorem confertur, vt 6 ad 1, ſextuplam habet proportionem: contrà 1 ad 6, proportionem ſubſextuplam habet, atq; hæc minoris Inæqualitatis eſt. Verùm cùm hæ non differant niſi per dictionẽ, ſub, quam minori ſemper addunt: quicquid de vna dicitur, de altera intelligẽdum eſt pariter.

Proportio igitur maioris Inæqualitatis & minoris: diuiditur in quinque ſpecies præcipuas: ſcilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiens: Multiplex ſuperparticulare, & Multiplex ſuperpartiens.

Multiplex, eſt cùm maior minorem aliquoties exactè continet, idque amplius quàm ſemel. Veluti 10, ad 5: item 8 ad 2. Cùm igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur Dupla proportio: ſi ter, Tripla: ſi quater, Quadrupla: ac ſic de reliquis ex ordine.

Superparticularis Proportio eſt, quum maior quantitas minorem continet ſemel, ac vnam tantùm particulam minoris: Veluti 3 ad 2, proportionem habet Seſquialteram: 4 ad 3, proportionem Seſquitertiam: 11 ad 10, proportionem Seſquidecimam: Ita enim nomina imponuntur omnibus. Verùm hîc notandum eſt, huiuſmodi numeros ad minimam habitudinem

nem

nem reduci debere. Quod facilè fit, diuiſa maiore quantitate per minorem, & fractione reſidua reducta ad minimos numeros, quibus ſcribi poſsint, per Canones in Minutijs datos. Vt ſi proportionem quæ eſt inter 15 & 12 explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt 1 $\frac{1}{4}$, eſt igitur Proportio Seſquitertia. Item 16 ad 14 proportionem habet 1 $\frac{1}{7}$: hoc eſt Seſquiſeptimam: ac ſimili via de alijs iudicandum. Initium enim nominis, eſt ſemper dictio ſeſqui: deinde à Denominatore Fractionis ex diuiſione prouenientis perficitur.

Superpartiens, eſt cùm maior quantitas minorem ſemel complectitur, ac inſuper aliquot minoris particulas: Vt 5 ad 3, proportionem habet Superpartientem tertias. Continet enim 5 ſemel 3: ac inſuper 2 tertias. Nomen igitur huius Proportionis à ſuper, initium ſumit: medium eſt ex Numeratore Fractionis ex diuiſione prouenientis: clauditur verò à Denominatore eiuſdem Fractionis. Veluti ſi proportionem vis explicare quæ eſt inter 7 & 4: diuide 7 per 4: prodeunt 1 $\frac{3}{4}$. Vocatur igitur Proportio, Supertripartiens quartas. Item 34 ad 20, Proportio eſt Superſeptupartiēs decimas, vel ſuperpartiens ſeptem decimas,

mas, quæ ſic ſcribitur $\frac{7}{10}$ Simili via in alijs procedendum.

Multiplex ſuperparticularis Proportio, eſt cùm maior minorem aliquoties continet, idq́ue amplius quàm ſemel, ac præterea vnam minoris particulam. Atque hîc vt Proportio eſt ex duabus prioribus prius dictis compoſita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem, Vt ſi proportionem quæ eſt inter 15 & 7, explicare volueris, diuide 15 per 7, fiunt $2\frac{1}{7}$. Eſt igitur Proportio Dupla ſeſquiſeptima. Item 18 per 4, Proportio eſt $4\frac{1}{2}$: hoc eſt Quadrupla ſeſquialtera. Atque hinc non difficile eſt in alijs ſimiliter nomen inuenire.

Multiplex ſuperpartiens, eſt cùm maior minorem amplius quàm ſemel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hic nomen ex duabus prioribus Proportionibus ſumitur. Vt proportio 11, ad 4, cognoſcitur, ſi diuidas 11 per 4, exeunt $2\frac{3}{4}$: hoc eſt, dupla ſupertripartiens quartas. Item 19 ad 5, rationem habet $3\frac{4}{5}$, hoc eſt, Triplam ſuperquadripartientem quintas, ſiue ſuperpartientem quatuor quintas. Eadem ratio in alijs eſt.

DE

DE PROPORTIONE FRActorum, ſiue Minutiarum.

QVemadmodum Integrorum Proportiones dignoſcuntur diuidẽdo maiorem per minorẽ: eadem via Partium ſeu Minutiarum habitudines noſcuntur per Diuiſionem eam quæ in Fractis dicta eſt. Veluti $\frac{2}{3}$ ad $\frac{5}{6}$, proportionem habet ſubſeſquiquartam: quia $\frac{5}{6}$ diuiſæ per $\frac{2}{3}$, efficiunt $1\frac{3}{12}$, ſiue $1\frac{1}{4}$. Similiter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet Quadruplam ſeſquialteram: 3 enim diuiſa per $\frac{2}{3}$, efficiunt $4\frac{1}{2}$.

QVA RATIONE PROPORtio quæuis continuò extendatur.

DAtis duobus numeris ſub certa habitudine, ſi vis tertium illis adiungere, qui ſub eadẽ Proportione ſe habeat ad ſecundum, qua ſecundus ad primum: tum duc ſecundum in ſeipſum, productum diuide per primum. Exempli cauſa, Volo tertium numerum inuenire in ea Proportione qua ſe habent 2 & 6. Duc in ſeipſum 6, fiunt 36: ea diuide per 2, fiunt 18: hic erit tertius numerus. Ita ſi libet deinceps quantumuis progredi, duc vltimum numerum in ſeipſum, productum partire per penul-

penultimum. Hæc autem Regula pendet ex Regula aurea ſiue proportionum: perinde enim fit ac ſi dicas, 2 lucrãtur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales, Græcè ἀνάλογοι.

DE MEDIO PROPORTIONALI.

MEdium proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita ſe habet ad minorem ſe, quemadmodum maior ad mediam. In numeris inuenitur, ſi ducas primam in vltimam, tum producti Radix quadrata oſtendit medium proportionale. Vt ſi velim inquirere medium Proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgũt 36: quorum Radix eſt 6, medium Proportionale inter 3 & 12. Item inter 4 & 9, eadem 6: Inter $\frac{3}{4}$ & 3 Integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$: quorum radix eſt $\frac{3}{2}$: dico hinc $\frac{3}{2}$ media eſſe inter $\frac{3}{4}$ & 3. eſt enim vtrobique Dupla Proportio.

Duo autem media proportionalia inter quoſcunque numeros inuenies hoc pacto: Minorem duc in ſe, productum in maiorem: Quotientis Radix Cubica oſtendit minorem numerum, tãquam medium Proportionale, mediantem, & in Proportione

tione ſecundum. Vt inter 3 & 24, ſic inuenies duo Media. Duc 3 in ſe, ſunt 9: hęc duc in 24, fiunt 216: cuius Radix Cubica 6 eſt. Deinde vt tertium habeas, ex priori Regula, duc 6 in ſe, ſunt 36: & diuide per 3, exeunt 12. Eſt igitur continua Proportio 3, 6, 12, 24. At in multis non dari medium Proportionale, non debet malè habere: cùm id numerorum non ferat natura. vt inter 3 & 8, medium Proportionale eſt Radix Quadrata de 24: verùm hæc in numeris non poteſt aſsignari.

DE PROPORTIONVM ADDITIONE ET SVBtractione.

ETſi autem vel exiguus vel nullus eſt vſus harum ſpecierum in communi rerum vſu: cùm tamen in Aſtronomicis & Geometricis rebus ſint admodum neceſſariæ, placuit eas non omittere,

Additurus ergo duas magnitudinum Proportiones ſiue habitudines in vnam ſummam, hoc eſt, explicaturus eas per alium numerum qui vtranque rationem complectitur: ſtatue ipſas Proportiones in terminis ſuis in modum Minutiarum, vt anteà docui: Deinde multiplica deno-

minationes has, ſiue (vt alij vocant) terminos in inuicem, quemadmodum in Minutijs diximus: producetur alia Denominatio, ſummam duarum proportionum complectens. Si verò plures fuerint Proportiones, tum primum prioris terminos in ſecundæ Proportionis terminos multiplica: ſummam hanc in tertiæ Proportionis terminos duc: atque ita deinceps ad finem progredere: poſtrema multiplicatio ſummam oſtendet omnium proportionum.

Exempli gratia, placet colligere ſummã Proportionum, quæ ſunt inter 6, 12, & 18. Cùm igitur primi & ſecundi numeri proportio ſit 2, hoc eſt Dupla: ſecundi verò & tertij, $1\frac{1}{2}$: hoc eſt, Seſquialtera: duco 2 in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{9}{2}$, hoc eſt Tripla Proportio. Item ſtatuo colligendam ſummã Proportionum quæ ſunt inter 2, 4, 15, 20, 28, ſtatuo primùm terminos, qui ſic ſe habẽt: $2, 2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{5}$. Iam duco 2 in 2: exurgunt $\frac{10}{2}$, hoc eſt Quintupla Proportio: deinde hæc 5 duco in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{15}{2}$: quæ duco in $1\frac{1}{3}$: producuntur $\frac{60}{6}$, ſiue 10, hoc eſt Decupla Proportio: deinde 10 hæc duco
29 in $1\frac{2}{5}$: prodeunt $\frac{70}{5}$, hoc eſt 14. Dico ergo ſummam omnium Proportionũ eſſe Decuplam quadruplam.

Sub-

Subductionis verò contraria ratio eſt. Nempe diuidendi ſunt termini vnius Proportionis per terminos alterius Proportionis. Sic enim ex ſectione hac producentur termini exceſſum duarum Proportionum ſignificantes. Verùm hîc ante omnia noſſe oportet, vtra proportionum maior ſit: id quod clariſsimè Denominationes ſiue termini earum ſignificāt. Maior enim Proportio dicitur, cuius termini maiores ſunt, ſiue cuius Denominatio maior: vtra autem Denominationum maior ſit integris, facilè eſt iudicare: in Minutijs verò artem tradidimus de Minutijs iudicandis.

Itaque vt vno verbo dicam, Subducturus vnam Proportionem ex altera, diuide maiorem per minorem, vel econtra, ſi opus eſt, collocatis ipſis in terminis: tum enim proueniet exceſſus Proportionum. Vt ſubducere volo rationem quæ eſt inter 6 & 15, ab ea quæ eſt inter 4 & 15: hoc eſt, $2\frac{1}{2}$, ſiue Duplam ſeſquialterā, ex $3\frac{3}{4}$, ſiue Tripla ſupertripartiente quartas: Diuido $3\frac{3}{4}$, vel $\frac{15}{4}$, per $\frac{5}{2}$: producuntur $\frac{30}{20}$, ſiue $\frac{3}{2}$: hoc eſt, $1\frac{1}{2}$, ſiue ſeſquialtera Proportio. Tantus eſt exceſſus duarum Proportionum dictarum. Quis verò harum ſpecierum vſus ſit,

videre licet apud Claudium Ptolomæùm primo libro Magnæ compoſitionis.

Multiplicationis verò & diuiſionis Proportionum nullum hîc requires artificiũ: quandoquidem natura rerum non admittit in vſu communi. Poteſt tamen ad mentem Euclidis proportio quæuis duplari, triplari, & per quemcunque alium numerum multiplicari, vt ex decima finitione quinti lib. colligere licet. Fiet autem hoc multiplicando toties terminos Proportionis in ſe, quot vnitates numerus multiplicans continet, dempta 1. Vt ſi Proportiones $\frac{3}{2}$, hoc eſt, ſeſquialteram velim triplare, ducam 3 in ſe, fiunt 9: quæ rurſum per 3 multiplicata, faciunt 27. Similiter 2, in ſe bis ducta, faciunt 8. Igitur Proportio $\frac{3}{2}$ triplicata, facit $\frac{27}{8}$: hoc eſt, Triplam ſuperpartientem tres octauas. Hoc idem poterat per Additionem colligi, vt docuimus. Econtrario quoque ſi velis ad hunc modum Proportionem in 2 ſecare: extrahe Radicem Quadratam vtriuſque termini: ſi per 3 vis diuidere: extrahe radicem Cubicam: ſi per 4, Radicis radicem: ac ſic conſequenter ſeruato naturali ordine. Sed de his ſatis.

De proportiopalitatibus verò quas

Græci

Græci ἀναλογίας vocant, nihil in præſentiarum dicere ſtatui, ne inſtituti mei rationem tranſgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum ſiue praxim parum aut nihil conferunt, niſi quis ampliorem habeat Geometricarum demõſtrationum vſum. Quam ob rem his noſtris benè intellectis, nihil eſt ab alijs deſcriptum in hac arte (dempta illa regula Algebræ) quin facilè quiuis adſequatur: modò ad regulas à me dictas omnia reducat: id quod exercitatio magis magisq́; docebit.

DE VSVRA.

QVanquã Chriſtianis vel nomen Vſuræ debeat eſſe execrandum: cùm tamen neceſsitas multos ad eius vſum cogat, dicam pauca de huius computatione: potiſsimum vt oſtendam Medij Proportionalis vſum extra Geometriam, de quo nunc tractauimus. Eſt ergo quædam Vſura ſimplex, quæ ſingulis annis aliquam ſortis partem exoluit, vel certis menſibus ſortem ęquat. Huius numeratio facillima eſt. Demus enim accepiſſe quempiam 600 aureos ad Vſuram, ea lege vt poſt 100 menſes fœnus ſortem æquet, quæritur quantum quinquénio ſoluet? Si ergo 100 menſes lu-

ſes lucrantur 60 aureos, quid lucrifaciunt 60 menſes, ſiue quinque anni? oſtendit Regula 360 aureos: quos vltra ſortem ſoluet, qui ad Vſuram accepit 600 aureos. Vice verſa, ſi quiſpiam ſoluit pro vſura quinq; annorum, 300 aur. quæritur quanta fuerit ſors, permanente eadem conditione Vſurę? Dices 60 menſes ſoluunt 300 aur. quantũ 100? vnde colliges 500 aureos.

Sed alia eſt ratio vſuræ quam Iudaicam vocant: quæ ſingulis annis fœnus adauget: adeò vt fœnoris fœnus ſingulis æſtimetur annis. Exempli cauſa, Acceperit quiſpiam 800 aureos, ea lege vt fœneratori ſoluat primo anno octauam ſortis partem pro Vſura: & ſecũdo anno non ſolùm ſortis octauam partem, ſed etiam fœnoris prioris anni ſimilem partem: ac ſic deinceps ſingulis annis facta auctione, quæritur quantum quinquẽnio ſoluet? Hìc ſcire oportet ſingulis annis excreſcere ſummam ſortis & fœnoris continua Proportione. Vt quia fœnus primi anni, eſt $\frac{1}{8}$ ſortis: erit fœnus ſecundi anni ſeorſum, $\frac{1}{8}$ ſortis & fœnoris primi anni: ac ſic deinceps fœnus tertij anni, erit $\frac{1}{8}$ ſortis & fœnoris primi & ſecũdi anni: Vnde proportio erit continua ſeſquioctaua. Fac ergo quinque nume-

numeros in Proportione Seſquioctaua, vt docuimus paulò antè: ſitque primus (ſi libet) 8: erit ſecundus 9: tertius, $10\frac{1}{8}$: quartus, $11\frac{25}{64}$: quintus demũ, $12\frac{417}{512}$, ſiue $\frac{6561}{512}$. Iam dic per Regulam Proportionũ, 8 ſoluunt in quinque annis $\frac{6561}{512}$, quantũ 800? ſic colliges ſimul cum ſorte & fœnore adaucto, $1281\frac{228}{512}$, vel $1281\frac{57}{128}$.

Sed iam fingamus aliquem debere pro Vſura primi anni, ſummam ſortis & fœnoris ſimul 4608: pro quarto verò anno, 6561: quæritur quanta fuerit ſors & quantum in fœnus cum anatociſmo cedat. Hîc notabis ex præcedenti declaratione, inter ſummam primi anni & ſummam vltimã, intercedere duas in eadem Proportione medias. Igitur quære duo Media Proportionalia inter 4608, & 6561. Duc ſcilicet minorem, 4608, in ſe: fiunt 21233664: productum hoc duc in maiorem, ſcilicet 6561: exurgunt 139314069504. Huius Radix Cubica, 5184, oſtendit minorem duarum quantitatum mediantium in eadem ratione. Igitur ſecundo anno ſoluet pro ſorte & fœnore cum augmento, 5184. Sed ſicut ſors & fœnus ſecundi anni ſe habent ad ſortem & fœnus primi anni ſimul: ſic ſumma ſortis & fœnoris primi anni,

ad ſortem ſolam. Igitur per Regulã Trium dices, 5184 dant 4608: quid 4608? ſic colliges ſortem fuiſſe 4096. Si verò pro 5. annis idem velles inquirere: tum inter duas adſignatas ſummas quærendum eſt Medium Proportionale: & rurſum inter illud medium inuentum duoque extrema adſignata, duo alia media. Sic tria Media habebis, & duo extrema: quæ faciunt ſimul quinque quantitates Proportionales. Si verò pro 6 annis fiat Quæſtio, deturque vt antè duæ extremæ ſummæ: tum neceſſe eſt, 4 alias medias inuenire. Verùm hoc efficere difficile eſt, abſque ampliori cognitione Radicum.

Sed vt aliquid pro doctioribus adijciã, diuidatur maior quantitas per minorem: Quotientis Radix Surſolida vocata, ſiue quinta, oſtendit numerum, per quem multiplicata minima quantitas gignit ſecundam, ac ſic reliquas. Sic ſi inter duas quantitates vnam mediam velis inuenire aliter quàm antea docui: diuide maiorem per minorem: Quotientis Radix Quadrata multiplicata in minimam, producit mediam. Si duas medias velis: diuide vt antea: & Quotientis Radix Cubica quæratur: hæc ducta in minorem, producit ſecundam. Si deni-

denique tres cupis quantitates medias: diuide vt antea dixi, maiorem aut minorem: Quotientis Radicis radix ducta in minorem, oſtendit ſecundam: & eadem multiplicatione continuata producuntur reliquæ omnes. Sic iudicabis de quotuis alijs quantitatibus. Hæc colliguntur ex decima finitione quinti Euclidis, & 19 octaui Propoſitione, & ſimilibus.

APPENDIX DE FRACTIONIBUS Aſtronomicis, ſiue de minutijs Phyſicis.

NOn video difficultatem aliquam inſignem in Minutijs, ſiue Fragmentis Phyſicis vel Aſtronomicis, Verùm vt ſit expeditior via iuuenibus ad præclariſsimas diſciplinas, ad quas potiſsimum his noſtris commentationibus adiuuare lectorem voluimus: pauciſsimis annotabo quæ poſsint difficilia videri. Quoniam ergo motuum aſtrorum temporumq́ue dimenſio, ad vnguem rariſsimè incidit in integras menſuras, vtpote annos, menſes, dies, & horas: aut circuli ſigna aut gradus: ideo coacti ſunt artifices talia in minimas ſecare partes, vt exquiſita conſtaret numeratio. Ob ſummam autem facilitatem pla-

cuit Sexagenaria diuiſio: itaque omnia Integra, quæ non habent partes vſu receptas, diuidunt in 60 partes, atque vocant Minuta. Minuta deinceps ſecant in alias 60 particulas, quas Secunda nominant: Secunda in 60 Tertia: atque hæc rurſum in 60 Quarta partiuntur: ſicq́ue continuè procedunt ad Decima vſque: & vltra quoque ſi rei vſus requirat. Quæcunque verò habent alias partes vſu receptas, vocantur Integra: aut quæ non ſunt ſexageſima pars alterius. Sic annos, dies, horas, circulum, ſigna, gradus, milliare, ſtadium, paſſus, & ſimilia, Integra vocantur, quanquam Gradus vocati, dicantur apud probatos autores, Partes: & Minuta, Scrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia, vulgò recepta vocabula ſeruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis ſpeciebus.

ADDITIO.

IN Additione illud primùm obſeruare oportet, vt Integra ſub integris, & Fragmenta ſiue Minutiæ collocentur ſub eiuſdem generis Minutijs. Deinde facto initio à minimis Minutijs, fiat Additio in vnam ſummam, ſingulas Minutias ordinè colligendo. Tum verò ſi per Additionem, ſum-

ſumma 60 ſuperauerit: diuidenda erit ſumma per 60: & quot vnitates prouenerint, tot addendæ ſunt proximè maiori Fractioni: ac ſic deinceps reliquæ colligendæ ſunt, donec ad Integra proueniatur. In his etiam obſeruare conuenit Integrorum valorem. Nam ſi Signa proponantur communia, hoc eſt, qualia ſunt 12 in Circulo: tum ſumma Graduum diuidenda per 30, ac numerus exiens ſignis adijciendus. Si verò Signa fuerint Phyſica, quorum 6 circulum conſtituunt, qualia ſunt ferè in tabulis Alfonſinis: tum Graduum aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam Signorum communium ſumma 12, aut Phyſicorum 6, ſuperauerit: toties illa abijciantur prorſus, & ſola reſidua loco Signorum ponantur. Simile quoque iudicium eſt de alijs Integris. Sed hæc ſatis facilia ſunt callenti quatuor ſpecies Arithmetices: Ideóque vno atque altero Exemplo declaraſſe ſatis videtur. Placet ex Tabulis Eclipſium Purbachij colligere mediocrem motum Solis, ad diem 12 Nouembris, & horam ſecundam pomeridianam, anno 1547, ad quam futura putatur Eclipſis ſolis.

Sig.

	Sig.	Gra.	Mi.	Secũ.
Ad An.1460.cõpletũ.	9	19	1	19
Pro 80.An.completis	0	0	35	16
Pro 6.An.completis.	11	29	33	5
Pro Octob.completo	9	29	38	11
Pro 12 diebus.		11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	72

Summa Secundorum, eſt 147: quæ diuiſa per 60, efficit 2: hæc addita Minutis, faciunt ſimul 162: reſiduum verò, nempe 27, ſubſcribitur. Deinde ſumma Minutorum 162, diuiſa per 60, rurſum 2 producit: reſtantque 42: quæ ſubſcribuntur, & 2 gradibus adijciũtur: qui omnes collecti cum illis 2, efficiunt 90: quę diuiſa per 30, (quia Signa ſunt communia) efficiunt 3: nihilque relinquitur: vnde o ſubſcribitur Gradibus, & 3 adduntur Signis: quæ vnà cum alijs efficiunt 32: ab his abijcio 12 quoties poſſum, reſtantque 8: quæ annotantur in exemplo. Item, Volo inuenire mediam vocatam Coniunctionem, ſiue mediocrem. Luminarium congreſſum, ad eundẽ menſem ex ijſdem Tabulis. Itaque ſic ago.

Dies

	Dies	Horæ	Mi.	Se.
Ad Ann. 1520 cõpletũ.	21	14	32	11
Pro An. 26. completis.	16	16	19	41
Pro Octobri cõpleto.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hîc in Minutis, & Secundis, eodem modo quo dictum eſt proceditur: Verùm horarum ſumma quæ colligitur 47, diuiſa eſt per 24: quia tot horæ diem naturalem conſtituunt. Reſiduum nempe 23 annotatur, & vnitas per Diuiſionem collecta, diebus adijcitur.

DE SVBTRACTIONE.

IN Subtractione ſimilis ordo ſeruandus qualis in Additione: ſed quoties Minutiæ à ſuis Minutis ſubduci non poſſunt: tum ſubtrahantur ex 60, hoc eſt, ex vnitate Minutiæ maioris: & reſiduum addatur Minutijs ex quibus Subtractio fieri debebat: ſumma ſubſcribatur. Hoc quoties contigerit, toties vnitas additur ſequenti numero ſubtrahendo. Si verò Gradus à Gradibus ſubtrahendi fuerint, & ſubtrahendus ſuperauerit illũ à quo debet fieri Subtractio, tunc ſubtrahãtur ex 30, ſi quidem

Signa

Signa cõmunia propoſita fuerint: reliqua perficiantur vt dictum eſt. Similiter horarum numerus cùm opus eſt, ex 24 ſubtrahitur. Ac eodem modo de alijs intelligendũ.

Exempli gratia, Collegeramus per Additionem, mediocrem motum Solis, 8 Sig. 0 Grad. 42 Mi. 27 Secund. Vt hinc colligamus verum Solis locum, iubemur ſubducere æquamentum: quod colligitur ex Tabulis iiſdem Purbachij 1 Grad. 9 Mi. 53 ſecunda: quæ ſic colloco.

Sig.	Grad.	Mi.	Secun.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur ſubtraho 53, ex 60, hoc eſt, ex vno Minuto: reſtant 7: quæ addita ad 27, faciunt 34: hæc ſubſcribuntur: deinde 10 ex 24 ſubtracta, relinquũt 32: poſtea vnum ex nihilo auferri non poteſt: ideo ſubducitur ex 30: reſtant 29 gradus, quia ſigna ſunt communia, Demum vnitas aufertur ex 8 Signis. Sic colligimus, Solem ad tempus adſignatum, occupare Scorpij 29 Gradus, 32 Minuta, & 34 Secunda. Similiter de diebus, horis & Minutijs alijs faciendum eſt. Vt quia colligeramus per additionem,

dies

dies & horas cum Minutijs pro mediocri Coniunctione Luminarium: iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus, 1 hora, 28 Minutijs, & 6 Secundis: quæ ſic collocamus.

Dies	Horæ	Mi.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	56	44

Igitur 22 Secunda ex 60, relinquunt 38: quibus addita 6, faciunt 44: deinde addimus ad 31: fiunt 32: quæ ablata ex 60, relinquunt 28: quæ cum 28 conficiunt 56. Iam verò vnitas addenda 23 horis, fiuntq́; 24: quæ auferantur 24, quia ab 1 non poſſunt: ſic nihil relinquitur. Ideoq́; 1 ſubſcribim⁹, & 46 diebus, vnum adijcimus, ſummamq́; ex 59 auferimus: relinquuntur 12. Quòd ſi in Subtractione, Integra ab Integris auferri non poſsint: tum quoque maiora Integra mutuare oportet, ſecundum ipſorum integrorum quæ proponuntur, valorem. Vt ſi 6 Signa communia cum 28 Gradibus iubeor auferre ex 4 Signis & 6 Gradibus: primùm ſubduco 28 Grad. ex 30: reſtant 2: quæ cum 6, conſtituunt 8: deinde vnitatem adijcio ad 6 Signa: fiunt 7: quæ aufero ex 12 Signis, quia tot ſunt in toto Circulo: reſtant 5 Signa: quæ cum 4 Signis conſti-

conſtituunt 9, Reſtant igitur 9 Signa, & 8 gradus. Similia quiuis facilè in alijs imaginabitur.

DE MVLTIPLICATIONE.

IN Multiplicatione & Diuiſione potiſsima difficultas eſt in inuenienda Denominatione productorum. Nam quod ad Multiplicationem attinet, oportet ſingulos numeros Multiplicantis in omnes ſigillatim Multiplicandi numeros ducere: deinde producta eiuſdem denominationis addere: & quæ 60 excedunt, per Diuiſionem ad maiora reducere: ſic colligitur Multiplicationis ſumma. Sed hîc admonere oportet difficultatis, quæ Integris incidit. Vt ſi proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per Signa, Gradus, Minuta, & Secunda: quoniam in multiplicando numero proponuntur duplicia Integra, Dies nempe & Horæ: oportet illa reducere ad vnum genus integrorum. Hoc autem ſatis facili via poteſt fieri, nam horæ ad Minuta Diei reduci per regulam Proportionum, vel per Tabellas ad hoc extructas, quæ in Alfonſinis Tabulis habentur. Sed breuis Regula eſt. Multiplicatus enim Horarũ numerus per 2 $\frac{1}{2}$, fit numerus Minuto-

nutorum Diei. Vel multiplica Horas per 5, & medietas producti erit numerus idem Minutorum Diei. Hoc vbi accidit, oportet quoque reliqua Minuta Horarum & Secunda, & quæcunque fuerint deinceps Fractiones, ad Dierum fractiones reducere: eadem ſcilicet via, qua Horæ ad Minuta Dierum reducebantur. Nam ſi Minuta Horarum per $\frac{5}{2}$ multiplicentur, fiunt Secunda Dierum. Si verò Secunda Horarum eo modo aucta fuerint, fient Tertia Dierum. Tota verò hæc res pendet ex regula Proportionum. Quia enim Diem volumus partiri in 60: dicimus, 24 Horæ valent 60 Minuta, quantum 20? vel quilibet alius numerus Horarum. Si verò interim per hanc reductionẽ numerus exurgat maior quàm 60: tunc diuidendus eſt numerus productus per 60: productum addendum maiori Fractioni, reſiduum ſuo loco ſeruãdum.

Vno verò Exemplo hanc doctrinam declaraſſe ſat fuerit. Placet multiplicare Lunæ motum diurnum per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 ſecunda. Eſt autem motus Lunæ diurnus ex Alfonſinis Tabulis, quas ſequitur Purbachius, 13 Grad. 10. Mi. 35 Secunda, 1 Tertia. Hîc igitur ante multiplicationem, reducendi ſunt numeri ad ſexagena-

 riam

riam diuiſionem. Ideoque 3 ſecun. Horarum multiplico per 5, diuidoq; per 2, fiunt 7 Tertia Diei, cum dimidio: hoc eſt, 30 Quartis Diei. Deinde 44 Minu. multiplico per 5, fiunt 220: quæ diuido per 2: exurgunt 110 Secunda Diei: hæc diuido per 60, prouenit 1 Minutum Diei: quod ſeruo. Relinquuntur autem 50 Secũda Diei: quæ ſuo loco annoto. Demum 21 Horas ſimiliter duco in 5, diuidoque per 2: fiunt 30 Minuta Diei: quibus vnum iam antea per diuiſionem collectum adijcio: fiunt poſtremò, 29 Dies, 31 Mi. 50 Secunda, 7 Tertia, & 30 Quarta Diei, multiplicanda pro motum Lunę antea poſitum. Hunc autem non oportet mutare, quia ſeruatur ordo ſexagenariæ diuiſionis. Hoc igitur in Multiplicatione & Diuiſione efficiendum eſt ſedulò, vt talis ordo ſeruetur: hoc eſt, vt Integra quæ proponuntur, in 60 Minuta ſecentur, abſq; vlla alia partitione intercedente: quęlibet etiam deinceps Fractiones in 60 minores particulas intelligantur diuidi. Sic enim confuſio denominationum productarum euitabitur. Iam verò vt denominationes productorum abſque difficultate inueniri poſsint: pone ordine naturali denominationes quotquot velis:

cisque

eiſque numeros naturali ſerie progredientes ſubſcribe, hoc modo,

Integra,	Mi.	$\tilde{2}$,	$\tilde{3}$,	$\tilde{4}$,	$\tilde{5}$,	$\tilde{6}$,	$\tilde{7}$,	$\tilde{8}$.&c.
0	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8.

Quandocunq; igitur multiplicas duos numeros inter ſe, productum eius erit denominationis, quam oſtendet numerus collectus ex duobus numeris, ſubſcriptis multiplicantium duorum denominationibus. Vt cùm duco Minuta in Secunda, fiunt Tertia: quia 1 & 2 faciunt 3. Item cùm Tertia in Tertia duco, fiunt Sexta: cùm Integra in Secunda ducuntur, fiunt Secunda: cùm in Tertia, Tertia. Ac ſimiliter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonſtratio ex Fractionibus vulgaribus petitur. Quia enim Integrum omne hic in 60 diuiditur: erit neceſſariò Minutum $\frac{1}{60}$ integri. At quia Secundum eſt $\frac{1}{60}$ Minuti, hoc eſt, ſexageſima ſexageſimę particulæ: erit ideo Secundum, $\frac{1}{3600}$ Integri: ſic vnum Tertium, eſt $\frac{1}{219000}$ Integri: vnum quartum, $\frac{1}{12960000}$ Integri: & vnum Quintum, $\frac{1}{777600000}$ Integri: qui numeri continua multiplicatione ſexagenaria fiunt. Facilè igitur patet ex regulis vulgarium Fractionum, quòd

cùm $\frac{1}{3600}$, hoc eſt, 1 Secundum multiplico per $\frac{1}{216000}$, producitur $\frac{1}{777600000}$: hoc eſt, vnum Quintum: ſicut 2 & 3 faciunt 5. Nam vnum Tertiũ eſt $\frac{1}{216000}$ Integri, vt oſtendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendum eſt.

Nunc igitur ad Exemplum propoſitum accedamus. Atque vt confuſio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, vt ſequitur.

Integra.	Mi.	2̃,	3̃	4̃,	5̃	6̃,	7̃.	
29,	31,	50	7,	30,				Multiplicandus
13,	10,	35,	1.					Multiplicans
			29	31	50	7	30.	Producta
	17	13	34	14	22	30		multiplicationis
4	55	18	21	15	0			cationis
383	44	51	37	30				ſparſa.
389	57	24,	2	31	12	37	30.	Productũ

Primũ, duximus 1 Tertium in 30 Quarta: vnde exierunt 30 Septima, ſecundum regulam: ac ſic deinceps, vt patet in primo ordine productorum. Secundò duximus 35, in omnes ſupremi ordinis numeros, primùm verò in 30 Quarta: & quia 35 Secunda ſunt, producuntur 1050 Sexta: quæ diuiſa per 60, efficiunt 17 Quinta, & 30

Sexta:

Sexta: ideoq́; 30 ſcribo ſuo ordine, 17 verò ſeruo. poſt hæc duco 53 in 7: fiunt 245 Quinta: quibus addo 17 Quinta ſeruata: eſt igitur ſumma Quintorum, 262: quæ rurſum partior per 60: fiunt 4 Quarta, & 22 Quinta: ſcribo 22 ſuo loco, & 4 ſeruo. Similiter 35 duco in 50: fiunt 1750 Quarta, quia Secunda ducuntur in Secunda: Addo nunc iſtis, 4 Quarta priùs ſeruata: fiunt 1754 Quarta: quæ diuiſa per 60, faciunt 29 Tertia, & 14 Quarta. Ac ſic perfeci reliquam Multiplicationẽ, quam adſcriptam vides, multiplicando ſcilicet ſingulos Multiplicantis numeros in ſingulos Multiplicandi, ac producta vbi excreuerint, per 60 diuidendo. Nec opus mihi videtur iſta latiùs proſequi: cùm ex dictis & vulgari Arithmetica facilia ſint. Sic igitur collegimus Lunam mediocri motu percurrere 389 Gradus, ſiue 12 Signa communia, 26 Gradus, 6 Minuta, & reliqua quæ per Multiplicationem collecta ſunt in Diebus 29, Horis 12, minutis 44, & Secundis 3. Eadem quoque ratio ſeruatur, cùm Gradus, Minuta, Secunda, & Tertia, multiplicantur in Milliaria, eorumq́ue Minuta, Secunda, & Tertia. At quoniam duplicia proponuntur Integra: contingit non im-

meritò dubitatio de producti denominatione: Vt quia tempus multiplicauimus per motum: in quæſtionem verti poteſt, quid per Multiplicationem prognatum ſit, tempúſne an motus: hoc eſt, num Integrorum nomine Dies an Gradus contineantur. Hoc autem colligemus ex propoſitæ Quæſtionis natura. Vt, quoniam Dies complectuntur motum adſignatum: erit productum de natura complexi, & non complectentis: ideoque 389. Integra, Gradus notant. Sic cùm Gradus & Minuta multiplicantur per Milliaria & Minuta: productum denominabitur à Milliaribus & Minutis illorum: eò quòd ferè Gradus, ipſa Milliaria complectâtur. Sic enim in Geographia dicimus Gradus ſingulos magni Circuli, continere 60 Milliaria Italica: in parallelis verò, tantò minus, quantò propiùs ad Polum acceſſerint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum eſt.

DE DIVISIONE.

IN Diuiſione in primis debet conſtare ſexagenaria illa progreſsio, de qua in Multiplicatione abundè diximus: potiſsimùm ſi quando Diuiſor compoſitus fuerit, & abſque reductione Diuiſionem perficere voluerimus. Quando enim Diuiſor

ſimplex eſt, nullam habet in operando difficultatem: nam ſinguli numeri qui in Diuidendo ponuntur, ſigilatim per Diuiſorem ſunt diuidendi. Productorum verò denominationem ſcies ex Tabella in Multiplicatione poſita, vbi ſingulis Minutijs ſuas denominationes ordine naturali adſcripſimus. Nam ſicut in Multiplicatione, per Additionem talium numerorum denominatio productorum colligebatur: ita in Diuiſione per Subductionem, productorum denominatio cognoſcitur. Subtrahenda verò eſt ſemper Diuiſoris denominatio à Diuidendi denominatione: ſic producti denominatio colligitur.

Vt ſi 24 Tertia diuidam per 6 Minuta: fient 4 ſecunda: ſi Tertia per Tertia: fiunt Integra: quoniam 3 ex 3 ablata, nihil relinquunt. Eſt autem Integrorum nulla denominatio, vt antea in Multiplicatiõe oſtendimus. Atque vt ibi ex Fractionum vulgarium artificio docuimus denominationes inueniri poſſe: ita quoq; in Diuiſione fieri poſſe non eſt dubium. Vt, quando diuido $\frac{24}{216000}$ (ſic denominantur Tertia) per $\frac{6}{60}$, hoc eſt 6 Minuta: ducuntur 60 in 24: & 6 in 216000: producũturq; $\frac{1440}{1296000}$. Quòd ſi vtrunq; per 6 diuiſeris, redibit denomi-

nator Phyſicus: fientque $\frac{240}{216000}$, hoc eſt, 240 Tertia: Nam 216000 denominatio eſt Tertiorum. Quòd ſi ambos per 60 diuiſeris: prodibunt $\frac{4}{3600}$, hoc eſt, 4 ſecunda. 3600 enim, denominatio eſt Secundorum: nec poteſt ad minorem fractionem Phyſicam reductio perducere. Sola enim diuiſione ſexagenaria fit progreſsio denominationum Phyſicarum. At quàquam 3600, per 60 diuidi poſſunt: 4 tamen illam diuiſionem non admittunt: ideoque ad aliam Phyſicam denominationẽ $\frac{4}{3600}$ non reducuntur: licet eadem hæc fractio valeat reducta $\frac{1}{900}$. Sed ſufficit hæc indicaſſe ſtudioſis, vt ſciant non ſine ratione dari Regulas illas inueniendi denominationes Phyſicas.

Contingit verò frequenter in Diuiſione, Diuiſorem non contineri exactè in numero diuidendo. Tum ſanè reſiduum per 60 multiplicatum, pertinebit ad fractionem ordine ſequentem. Exempli cauſa, Motus Lunæ in Die ab Alfonſo ſtatuitur, 13 Graduum, 10 Min. 35 Secund. 1 Tert. 15 quart. Volo hinc diſcere, quantum eadem Luna vnius Horæ ſpatio emetiatur. Diuidam ergo motum aſsignatum per 24 Horas, hoc eſt Integra. In primis non poſſunt

13 di-

13 diuidi per 24: ideoque multiplico 13 per 60: fiunt 780 Minuta: quibus addenda ſunt 10 Minuta quæ ſequuntur. Iamque 790 diuiſa per 24, fiunt 32 Minuta: reſtant 22: quæ rurſum in 60 ducta, faciunt 1320 Secunda. His adijcio 35 Secunda: vnde colliguntur 1355 ſecunda. Hæc diuido per 24: colligo 56 Secunda. Reſtant verò 11 Secunda. Hæc multiplicata per 60, reddũt 600: quibus ſi 1 tertium adiecero: fiunt 661 Tertia. Hęc diuido per 24: fiunt 27 Tertia. Relinquuntur 13: quæ ducta in 60, efficiunt 780 Quarta: quibus 15 adijcio: ac ſurgunt 795 Quarta: quæ diuido per 24, ac colligo 33 Quarta. Ac ſic progrediendum eſt quantum libet: nos enim reliquas fractiones, breuitatis gratia, omiſimus. Itaque motus horarius Lunæ, eſt 32 Mi. 56 Secunda, 27 Tertia, & 33 Quarta. Verùm frequenter accidit, Diuiſorem eſſe compoſitum ex variè denominatis numeris: ac tunc maior longè incidit difficultas. Vt, Fingamus Lunam diſtare ſecundum viæ ſuæ tramitem, ab aliqua ſtella fixa: 36 Gradibus, 30 Minutis, 24 Secundis, 50 Tertijs, & 15 Quartis. Quæritur, quanto tempore Luna ſpatium illud percurret ſecũdum mediocrem ſuum curſum, quem ſtatuimus 13 Gradi-

bus,10 Mi.35 Secund.1 Ter. & 15 Quar.per Diem.Duplex autẽ in tali diuiſione via poteſt adſignari. Altera eſt, vt vterq; numerus,tam Diuidendus q̃ Diuiſor, reducatur ad minimá in quæſtione propoſitá denominationem,vt hoc in loco ad Quarta.Fit autẽ reductio talis per multiplicationem ſexagenariá : quẽadmodũ in noſtra Quæſtione, primũ multiplicauimus 36 per 60: fiunt 2160 Minuta : his adijciemus 30 Mi. fitq́; ſumma 2190 Mi. Hæc rurſum per 60 multiplicauimus:ſic enaſcũtur 131400 Secũda:quibus adiecta 24 Secunda,cõſtituũt 131424,Secũda.Hæc deinceps per 60 multiplicata,faciunt 7885440 Tertia. His adiecta 50 Tertia, efficiunt 7885490 Tertia. Demũ hęc ĩ 60 ducta,ꝓducũt 473129400 Quartá:quibus ſi 15 adijciãtur:fit tota ſumma diuidẽda,473129415 Quarta.Eodẽ modo Diuiſor reductus cõſtituit 170766075 Quarta.Facta reductione,diuidatur numerus Diuidendus per Diuiſorẽ : & productũ denominabitur ab Integris. Quod verò diuidi non poteſt, ducatur in 60 : productumq́; diuiſum per eundẽ Diuiſorem,dabit minuta: Ac ſic deinceps quantum libet ꝓgredi licebit,Vt,cùm diuido 473129415, per 170766075, primò producuntur duo

Dies;

Dies: reſtant verò 131597265 Quarta. Hæc ducantur in 60: fiunt 7895835900 Quinta: quæ deinceps diuiſa per 170766075 Quarta, producunt 46 Minuta Diei. Sunt autem reſidua 40595450 Quinta: hęc multiplicata per 60, gignunt 2435727000 Sexta: quæ ſi diuidantur per 170766075 Quarta, colliguntur 14 Secunda. Atque hoc modo procedendum ad reliquas Fractiones, multiplicando reſidua per 60, ac diuidendo per eundem Diuiſorem. Hìc verò modus reducendi valet non ſolùm in Diuiſione, cùm Diuiſor cõpoſitus eſt, verùm etiam in omni alia Diuiſione commodiſsimus exiſtit. Neque verò in Diuiſione ſola hæc ad vnam minimamq; Fractionem reductio locũ habet, ſed in Multiplicatiõe quoq; ſæpe exercetur: id quod amplius declarare non videtur neceſſariũ. Ipſa autem reductio haud aliter fit, quàm nunc indicauimus. Multiplicatio verò per ſe nota. Verùm productus numerus, Diuiſione ſexagenaria ad proximè maiorem Fractionem reducitur: vbi ſi adhuc numerus ſuperauerit 60, rurſum fit Diuiſio: atque ſic deinceps, donec ordo per Diuiſionem ad Integra perducat, vel ad numerum minorem 60. Sed dę his ſatis.

Reſtat alia via diuidendi abſque reductione numerorum, non paruam habens difficultatem. Hâc exemplo potiùs, quàm obſcuris verborum ambagibus declarandam cenſeo. Ideoque proponantur ijdem numeri diuidendi, ac idem quoque Diuiſor qui in Quæſtione ſuperiori adſignabantur, ac collocentur hoc ordine,

Integr.	Mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Diuidendus
13.	10.	35.	1.	5.	Diuiſor.

Hîc quæro, quoties 13 in 36? quia verò bis continentur, multiplico totum Diuiſorem per 2: fiunt 26 Integra, 21 Mi. 10 Secund. 2 Tertia, 30 Quarta, quæ ſubtracta ex Diuidendo, relinquunt 10 Integra, 9 Mi. 14 Secund. 47 Tertia, & 45 Quarta. Iam quia 10 Integra amplius per 13 diuidi nequeunt, reſoluo ea in Minuta, multiplicando per 60: fiuntque cum 9 Mi. 609 Minuta. His rurſum Diuiſorem ſubijcio,

Mi.	2.	3.	4		
609.	14.	47.	45.	0.	
13.	10.	35.	1.	15.	Diuiſor.

Hîc rurſum quęro, quis ſit numerus qui in Diuiſorem ductus, totum ſuprapoſitũ

quàm

quàm proximè auferat. Inuenio autem 13 in 606, contineri quadragies ſexies: ſatis reſtare pro reliquis multiplicatis per 46. Ideoq́ue totum Diuiſorem multiplico per 46 Minuta: ſiquidem diuidendo Minuta per Integra, fiunt Minuta. Prodit autem ex multiplicatione hic numerus, 606 Mi. 6 Secũda, 50 Tertia, 57 Quarta, & 30, Quinta. Hæc aufero ex ſuperiori ſecundum Regulas in Subductione datas: reſtant 3 Mi. 7 Secunda, 57 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Et quia 3 Mi. per 13 diuidi nequeunt, reſoluo ea in Secunda, per 60 multiplicando: ſicq́ue cum 7 additis, fiunt 187 Secunda, 56 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Hæc rurſum diuido per Diuiſorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur decies & quater, multiplico totum Diuiſorem per 14 Secunda: nam diuidendo Minuta per Integra, colligimus Secunda. Efficit autem multiplicatio 184 Secunda, 28 Tertia, 10 Quarta, 17 Quinta, 30 Sexta. Ablatis iſtis ex ſuperiore, reſtant 3 Secunda, 28 Tertia, 37 Quarta, 12 Quinta, 30 Sexta. Per hæc verò licebit vlteriùs diuidendo progredi quãtum placet. Sed nobis ſat eſſe videtur, oſtendiſſe duplici via ad eundem finem peruenire nos poſſe. Inuenimus enim

vtro-

vtroque modo Lunam abſoluturam ſpatium adſignatum, duobus Diebus, 46 Minutis Dierum, & 14 Secundis Dierum: hoc eſt, duobus Diebus, 18 Horis, & 53 Minutis. Reducuntur enim Minuta Dierum in Horas, duplando ac diuidendo per 5: ſic Secunda Dierum reducuntur in Minuta Horarum, duplando ac diuidendo per 5. Id quod ex Regula Proportionum colligitur. 60 enim Minuta Diei faciunt 24 Horas: ſiue 5 faciunt 2: Atque eodem modò de reliquis iudicandum. Qualiter verò cùm Multiplicatio tum Diuiſio per Tabulam vocatam proportionalem abſoluantur, hoc loco ſuperuacaneum docere puto: cùm hæc ratio ſufficiat: nec illa careat ſua difficultate: tum verò ſatis apud authores Tabularum illa tractantur.

DE RADICVM EXTRACTIONE.

Exiguus vſus eſt Radicũ Quadratarum aut Cubicarum in Fractionibus Phyſicis: nec aliqua difficultas. quęrũtur enim eodẽ modo Radices, quo in vulgari Arithmetica docetur: ſolum verò artificium eſt in denominatione inuenienda. Oportet autem eſſe vel Integra, vel denominatio-

nem

nem parem, cùm Radicem Quadratam inuenire volumus. Vt, Radix Quadrata de 36 Integris, eſt 6 Integra. Item Radix Quadrata de 36 Secundis, eſt 6 Min. Item Radix Quadrata de 36 Quartis, eſt 6 Secunda. Oportet enim ſolùm denominationem mediare, vt ſurgat denominatio Radicis. Quòd ſi numerus compoſitus ex varijs proponatur, is ad vnicam reducendus, vt in Diuiſione diximus. Sic Radix Quadrata de 26 Minutijs, & 40 ſecundis, eſt 40 Minuta. Nam 26 Minu. valent 1560 ſecunda: quibus ſi 40 abijciantur, fiunt 1600 Secunda: horum Radix Quadrata, eſt 40 Minuta. Si verò numerus proponitur cuius denominatio non fuerit par, reducetur ad talem denominationem. Vt, volo inquirere Radicem Quadratam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda, fiunt 15900 Secunda: horum Radix Quadrata valet 126 Minuta. Quòd ſi exactiùs vellemus Radicem inquirere, reducenda eſſent illa Secunda ad Quarta.

Sic in Cubicis oportet denominationē eſſe ternario diuiſibilem, vel Integra eſſe. Ideoque ſi talia non proponantur, reductione vtēdum eſt. Itaq; Radix Cubica de 27 Integris, eſt 3 Integra; Radix Cubica de

27 Ter-

27 Tertijs, 3 Minuta: Radix Cubica de 27 Sextis, 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris, 19 Min. 8 Secundis, 24 Tertijs, valet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Tertia, conſtituunt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica valet 234 Minuta, ſiue 3 Integra, 54 Min. Eodem modo agendum eſt de alijs ſimilibus. Examinantur autem omnes iſtæ ſpecies & operationes, per contrarias operationes. Et ſi Quæſtiones obijciantur ex Regula Proportionum, quemadmodum frequenter pro parte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda eſt Regula multiplicando, & diuidendo per has ſpecies, vt ratio Regulæ exigit.

IVCVNDAE ALIQVOT QVAESTIVNCVLAE.

SI quis petat quatuor ponderibus tantùm omnia perpēdi pondera quæ ſunt ab vno vſque ad 40, ita vt non opus ſit alijs ponderibus: Id efficies, ſi vnum pondus ſit vnius Libræ: ſecundum, trium: tertium, 9: quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab vno ad 40: Vt ſi velis efficere 21 libras, pone in altera bilance 27 & 3: in altera verò 9. Si 20 Libras petis, po-

tis, pone in altera 27 & 3: in altera, 9 & 1, Eadem ratione licebit quinque ponderibus perpendere omnia pondera ab vno ad 121 vſque: ſcilicet, 1, 3, 9, 2, 7, 81. Item per 6 ad 364: ſcilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

COncepit quidam numerum aliquem, quem vt indices, ita agito: Iube eum triplare conceptum animo numerum, triplum mediare, deinde Quotientem rurſus triplare, triplum hoc rurſus mediare. At ſi in priori mediatione impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendum eſt) tum iube illum parem ex eo facere, additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione, 1 tibi reſerua. Si verò in poſteriori mediatione id accidat, idem iubebis eum facere: ſed tibi 2 ſeruabis: deinde iube illum abijcere 9, quoties poteſt, ex vltimo ſuo numero: tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies ſi quid ſeruaueris. Vt, cogitauerit quiſpiam 7: id ſi triplet, erunt 21: quæ non poſſunt mediari: igitur adijciat 1: fiunt 22: ea mediet, ſunt 11: tu verò retine 1: deinde iube vt rurſus triplet 11: fiunt 33: ea rurſus mediari non poſſunt, niſi vnitate adiecta: ita erunt 34; quorum dimidium 17 valet: tu verò 2 hîc collige. Iam iube illum abijcere 9, quoties

 poteſt;

poteſt: verùm quoniam tantùm ſemel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires: ſed pro eo 3 tibi ſeruaueras: quæ cum 4 addita, 7 faciunt.

SI tres diuerſæ res abſcondantur à tribus diuerſis perſonis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuique dicere velis quam abſconderit rem: ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo ſignatæ: perſonæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, ſecundus, tertius: tum priuſquam res abſcondant, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu: ſecundo, 2: tertio, 3: Deinde colloca tres res ordinè, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum ſinguli vnam ex his rebus quamcunque velint abſcondant: ſed ea lege, vt qui abſconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis, adhuc tot proiectiles quot habet is ipſe in manu. Qui verò b abſconderit, duplum capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in menſa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & perſonis per ordinem memoriæ infixis, ſecedas, quouſque res abſconderint, ac rationem inierint. Tum reuerſus, inſpice reſiduos in tabula proiectiles: qui perpetuò aut eſt 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantùm

tùm fuerit,tum primus abſcondit a: ſecundus,b:tertius c.Si duo, tum primus abſcondit b:ſecundus,a:tertius,c.Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Reſidui proiectiles.	Perſonæ.	Res.	Reſidui proiectiles.	Perſonæ.	Res.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

IACOBI PE-LETARII ANNOTATIONES IN ARITHMETICAM.

Folio 7. lin. 25. Elementa ſunt decem.) Nouenarius igitur nõ eſt vltimus ſimplicium Numerorum, ſed Denarius: quanuis huic proprius character non ſit aſsignatus. Eſtque admiratione dignum, quòd ſupra Denarium, Numeri in ſeipſos recurrant: neque vlla alia ratio Numerorum excogitari potuerit, quàm ex nouem primis elementis & ipſo Denario compoſita.

Fol. 8. lin. 22. A Chaldęis.) Alij tribuunt Phœnicibus, qui commodiorem negotiationis, quam pręcipuè exercebãt, vſum, Numerorum praxim excogitarunt: quæ poſteà per manus tradita in ſcientiam redacta eſt. Aegyptijs tribuitur Geometriæ inuentio. Diuidendi enim fuerunt agrorum limites, quos Nili inundationes confundebant: Chaldæis Aſtrologia, qui & ipſi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti ſunt.

Fol. 11. lin. 23. Partiuntur etiam authores.)

res.) Habet & numerus Par tres ſpecies: Pariter parem, qui vſque ad vnitatem continuè diuidi poteſt in æquas partes: Vt 32 in 16, deinde in 8, pòſt in 4, tandem in 2, vſque ad 1: Pariter imparem, qui vnam tantum admittit ſectionem æqualem: Vt 2, 6, 10: Sic impariter parem, qui plures admittit diuiſiones, ſed non vſque ad vnitatem: Vt 20, 36, 48, &c. Eſt igitur particeps duorum priorum, pariter paris, & pariter imparis.

Fol. 11. lin. 26. Poſſuntque plures aliæ diuiſiones numerorum fieri, vt in Perfectum) Numerus Perfectus dicitur, qui integrè conſtat ex aggregato omnium numerorum qui ipſum numerant. Veluti 6, quem numerant 3, 2, 1, atque ij iuncti faciunt 6. Numerus Perfectus ſemper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primum Denarium hoc eſt ab 1 ad 10, ſolus Senarius eſt Perfectus: Intra ſecundum Denarium, ſcilicet à 10 vſq; ad 100, ſolus 28 eſt perfectus: 100 ad 1000, ſolus 496: À 1000 ad 10000, ſolus 8128: In ſumma vnicus reperitur numerus Perfectus in quolibet decuplo augmento. Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerãtes, ipſum non integrant. Veluti, 10 numeratur à 5, 2, 1: qui

iunĉti tantùm oĉto efficiunt. Eſt & numerus Abundans, qui à ſuis numerantibus ſuperatur: Vt, 12, numeratur à 6,4,3,2,1, quorum aggregatum reddit 16.

Numerus Primus, eſt quem vnitas ſola metitur. Numeri contra ſe Primi dicũtur, qui nullum habent numerum communem, qui ipſos diuidat: vt 5, & 7, & 9, & 11, & ſimiles. De Quadratis & Cubis dicet author ſuo loco.

Fol. 14. lin. 18. Collige omnes numeros.) Ea eſt proprietas Nouenario numero, quòd ipſe menſurat æquali exceſſu notas collectas ſimplici valore æſtimatas, & numerum ſignificatum per illas ordine recto & præpoſterò. Vt in 84 & 48: 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, ſuperſunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter illum nouies: & reſtant vtrinque 3. Circuli, hoc eſt Cyphræ non mutant ſuperfluum eius. Hic itaque numerus 45630, diuiditur per 9 præcisè: continet enim 9,5070: hoc eſt, quinquies millies ſeptuagies.

Fol. 19. lin. 16. Scribe Digitum vnum ſupra alterum, &c.) Alia item ratione poteris Digitorum in Digitos multiplicationem expedire: ſcilicet vt maioris digiti diſtantiam à 10 accipias, poſtea minorem Digi-

tum

tum à ſuo Denario, quem denominat, toties auferas quot in numero diſtantię ſunt vnitates: Vt octies nouem, aufer à 9 vnitatem, qua diſtat à 10: & ab 80: qui eſt denarius ab 8 denominatus, aufer ſemel octo, reſtant 72, numerus ex vtriuſque inuicem multiplicatione conſurgens. Item, ſepties octo, aufer diſtantiam 8 à 10. quæ eſt 2: deinde à 70, qui eſt denarius à 7 denominatus, aufer bis ſeptem: ſuperſunt 56, numerus ex multiplicatione 8 in 7 conſurgens.

Folio.40. lin.1. Artificium verò magis, &c.) Hîc author commodioris diſciplinæ gratia, tradit primum & tertium numerum de eadem re eſſe debere. Non tamen adeò neceſſarium. Nihil enim refert vtrũ primus cum tertio, an primus cum ſecundo de eadem ſit re, modò diligenter attendamus eandem proportionem eſſe debere primi ad ſecũdum, quæ tertij ad quartum nobis ignotum. Vt ſi formulam ab authore aſſcriptã ſic collocemus, 3, 9, 20, in idem recidet operatio: quæ & directa eſt, & conformis doctrinę Euclidis in 19 Propoſitione ſeptimi Elementorum, vnde ſumpta eſt hæc Regula 3 quãtitatũ. Ratio in hoc tota eſt, quòd nihil intereſt, vtrum tertium per

medium, an medius per tertium multiplicetur, per 16 eiuſdē ſeptimi Elementorum.

Fol.41.lin.9. Collocatis numeris ordine præſcripto.) Duo Canones ſequentes æquè atq; primus certi ſunt, tamen diſcentibus negotium facturi, niſi in priore tertius numerus primum: & in altero, ſecundus exactè primum contineat. Vt in Exemplo priore authoris 23, 48, 69, quoniam 69 continent exactè 23, in promptu eſt operatio. Et in altero, 22, 66, 106, quia 66 continent 22 præcisè, praxis facilis eſt. Sed in hac poſitione 15, 36, 47, vbi primus numerus neque ſecundum neq; tertium numerat, neutro modo operari poterit qui Fractiones non didicerit. Prima ergo traditio vna omnium commodiſsima.

Fol.43.lin.25. Scribuntur autem per plures ſimplices minutias) Sed vna harū duntaxat, per lineam ſcindetur: cæteræ interſectione carent: vt $\frac{31}{42}$: Item $\frac{326}{437}$.

Fol.46. lin. 22. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9.) intellige 27 diuidi debere per 9: & 63 itidem per 9.

Fol.48.lin.24. hic Canon generalis eſt.) Partes ad quamlibet denominationem ſic reducuntur: Per Nominatorem reducendarum, multiplica Denominatorem earum

rum ad quas vis reducere: productum partire per Denominatorem reducendarum: prodibit Numerator tui Denominatoris: Vt, Si vis reducere $\frac{2}{3}$ ad Sextas: hoc eſt, ſcire quot Sextas contineant duæ tertiæ: multiplica 6 per 2, fiunt 12: quæ partire per 3, fiunt 4, Numerator Sextarum. Igitur $\frac{2}{3}$ valent $\frac{4}{6}$. Item reducendæ ſunt $\frac{12}{16}$ ad Quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, Numerator Quartarum. Itaque $\frac{12}{16}$ valent $\frac{3}{4}$. In reductione maiorum partiũ ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebitque prior Fractio Denominationem in recto caſu à maiorum partium Denominatore, qui Diuiſor fuerit: poſterior verò in caſu obliquo à Denominatore minorum. Vt, volo reducere $\frac{3}{5}$ ad Septimas: per 3 maiorum partium Numeratorem, multiplico 7, minorum partium Denominatorem: fiunt 21; quæ diuido per 5, maiorum partium Denominatorẽ: proueniunt $\frac{4}{7}$ & $\frac{1}{5}$ 7: hoc eſt, quatuor Septimæ & vna Quinta vnius Septimæ. Itidem in reductione minorum partium ad maiores, Fragmentum fragmenti ſumet denominationem in caſu recto à minoris fragmenti Denominatore, per quem fit diui-

ſio:alterum verò in obliquo à Denominatore maioris. Vt ſi $\frac{7}{8}$ ad Quinta reducere velis, duc 7 in 5: fiunt 35: hæc diuide per 8, prodeunt $\frac{4}{5}$ & $\frac{3}{8}\frac{1}{5}$: hoc eſt, quatuor Quintæ cum tribus Octauis vnius Quintæ.

Fol. 61. lin. 14. Diuiſio. Multiplica Numeratorem diuidendi, &c.) Vt commodiùs & faciliùs opereris in Diuiſione Partium, mutandus eſt Numerator Diuiſoris in Denominatorem: deinde eodem modo operandum vt in Multiplicatione. Vt ſi diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, ſic ſtabit Exemplum, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{5}$: duc 2 in 5 fiunt 10, Numerator: pòſt, 4 in 3: fiunt 12, Denominator. Diuiſis ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, proueniunt $\frac{10}{12}$.

Folio 61. lin. 20. Si Denominatores ſunt ſimiles, diuide Numeratorem diuidendi per alterum.) Hoc eſt, ex Numeratore Diuidēdi fac Numeratorem, ex Numeratore Diuidentis fac Denominatorem. Vt $\frac{4}{12}$ per $\frac{2}{12}$, diuide 4 per duo, hoc pacto $\frac{4}{2}$.

Folio 54. lin. 12. Veluti ſi modius tritici væneat, &c.) Hæc poſitio non conuenit authoris propoſito: ſed oportuit maius precium modij ponere in fine quæſtionis, hoc pacto: ſi modius tritici væneat 8 groſſis, tum pendet panis vnius Groſsi 6 Libris, quantū deprimet panis eiuſdem preçij dum

cij dum eadem menſura tritici valebit 12 Groſſos? Nam in hac poſitione quãto pluris vænibit triticum, tanto plus deprimet panis, manente eodẽ precio ipſius. Si enim ſic ſtatuamus 8, 6, 12, multiplicatis 8 per 6, fiunt 48: quibus diuiſis per 12. fiunt 4 Libræ, quibus pendebit panis. Vel ſic quærendũ fuit, Si modius tritici valeat 8 Groſſos, tum pendet panis vnius Groſsi 6 Libris, quanto plus pendebit panis eiuſdem precii dum eadem menſura tritici vænit tantùm ſex Groſsis? Hîc quanto minoris vænit triticum, tanto plus pendebit panis. Sic igitur ſtabit formula, 8, 6, 6: multiplica primum per medium, fiunt 48: quæ diuide per vltimum: exeunt 8 Libræ: tantum pendebit panis vnius Groſsi.

Fol. 57. lin. 18. Dic, Equi ſeptem) in hac Quęſtione non habet locum. Euerſio Regulæ: quæ vt locum habeat, ſic poteſt fieri Quæſtio: Equi 7 edunt 12 menſuras auenæ 20 diebus, quot diebus 14 equi edent 15 menſuras? Dic, 7 equi dant 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primum per ſecundũ, fiũt 140. hæc diuide per tertium, fiunt 10. Rurſus, 12 menſuræ dant 10 dies, quot dant 15 menſuræ? Vtere directa operandi forma: prouenient $12\frac{1}{2}$.

Fol.

Fol.63. lin.26. Dic, 19 accipiunt 3600, &c) Poſſumus etiam teſtatoris mentem ſic interpretari, vt mater, filius, & filia, ſemiſſem & tertiam partem duntaxat bonorum inter ſe diuidant: quæ ſimul additæ efficient 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4? quantum 6? & quãtum 9? habebit filia $631\frac{10}{19}$: mater, $947\frac{7}{19}$ filius verò $1421\frac{1}{19}$: Reſtabunt autem ex tota hæreditate 600 aurei inter cæteros hæredes, ſi qui ſint, diuidendi.

Fol.64. lin.12. Is numerus eſt quẽ quærimus.) Numerum minimum qui quaſcunque partes denominantes contineat, reperies: Multiplica primum Denominatorem in ſecundum: qui ſi inuicem primi fuerint, hoc eſt, ſi nullum numerum communem habeant qui ipſos numeret præter vnitatem, numerus ex multiplicatione productus erit minimus, qui ipſos Denominatores contineat. Si verò alius præter vnitatẽ numerus ipſos numeret, ex vtroque elice numerum proportionis minimum per doctrinam ab authore traditam in Canone Reductionum: ac vide quoties hic numerus in vtroque Denominatorum habeatur: Quotientes, vt vocant, ſubnota: ac per horum minorem multiplica maiorem

rem Denominatorem, aut per maiorem, multiplica minorem Denominatorem in modum crucis obliquæ, quam D. Andreæ vocant: proueniet numerus minimus ipſos Denominatores continens. Deinde productum numerum confer eodem modo cum Denominatore ſequenti: ex vtroque elice numerum proportione minimum: per minorem quotientem, multiplica maiorem numerum: aut minorem per maiorem, quod idem eſt: productum erit quęſitum: ſicque continuandum vſque ad vltimum Denominatorem: numerus vltimò repertus, erit minimus, qui omnes has partes denominantes complectatur. Exemplum. Quærendus eſt numerus minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ contineat. Multiplica primùm denominatorem, 2 ſcilicet, in ſecundum denominatorem, 3: fiunt 6. Et quia 2 & 3 ſunt inuicem primi, 6 erit minimus numerus qui $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ contineat. Poſtea confer numerum productum, nempe 6, cùm tertio Denominatore 4: Et quia in vtroque binarius eſt proportione minimus, in 4 bis, in 6 ter contentus: multiplica 6 per 2, vel 4 per 3: exurgunt 12, numerus minimus, qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ contineat. Poſtea confer 12 cum quarto denominatore, 5 ſcilicet,

licet. Et quia ſunt contra ſe primi, numerus ex ipſorũ multiplicatione conſurgens, vtpote 60, erit numerus minimus, qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$ complectatur. Demum confer 60 cum 6, quinto Denominatore: Et quoniam ſenarius continet vnitatem ſexies, 60 toties denarium: multiplica 6, denominatorem per 10, vel 60 per 1: manent ipſa 60, numerus quæſitus: nempe minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ comprehendat: hoc eſt, infra hunc numerũ non reperietur alius qui ab omnibus in Denominatoribus exactè diuidi poſsit. Item, Volo minimum numerum ab his numeris 4, 10, 16 numeratum: Numerus proportione minimus inter 4 & 10 eſt 2: in 4, bis: in 10, quinquies cõtentus: multiplico 4 per 5, aut 10 per 2: fiunt 20. Rurſus 4 in 20, ſunt quinquies, in 16, quater: per 4 multiplico 20, aut 16 per 5: fiunt 80, numerus minimus qui hos tres numeros 4, 10, 16 exactè contineat.

Fol. 69. lin. 6. Summa, 3 dant 1 &c.) Dic ergo, 3 dant vnam amphoram, quantum 2ª proueniunt $\frac{2}{3}$ prioris amphoræ valentis 8 Groſſos: quæ efficiunt 5 Groſſos cum $\frac{2}{6}$ vnius Groſsi. Rurſus, 3 dant vnam amphoram, quantum 1ª facit $\frac{1}{3}$ alterius amphoræ valẽtis 11 Groſſos: hæc tertia valet 2 Groſſos cum

ſos cum $\frac{4}{6}$ vnius Groſsi: quæ ſumma iuncta cum priori, nempe $5\frac{2}{6}$, faciet 9 Groſſos, quod erat inueſtigandum.

Fol. 72. lin. 15. Iam dic per regulam notiſsimã 2 Lib. primi argenti opus habent &c.) Eſt enim eadem proportio $\frac{2}{7}$ primi argenti ad $\frac{5}{7}$ ſecundi: quæ eſt duarum Librarum eiuſdem primi ad quinque Libras ſecũdi: idemq; eſt ac ſi diceres, $\frac{2}{7}$ primi opus habent $\frac{5}{7}$ ſecundi, quãtum deſiderant $\frac{100}{1}$? ſed operatio per integra facilior.

Fol. 72. lin. 19. Examen huius Regulæ eſt, &c.) vt in vltimo Exemplo, numerus ſecundi argenti inuentus eſt $\frac{5}{7}$: per hunc multiplica $\frac{24}{1}$, quæ ſignificant precium ipſius ſecundi argenti: fiunt $\frac{120}{7}$. Rurſus numerus primi argẽti, inuentus eſt $\frac{2}{7}$: per hũc multiplica $\frac{17}{1}$, quæ ſignificant preciũ primi argenti: proueniunt $\frac{34}{7}$. Adde ergo $\frac{120}{7}$ cum $\frac{34}{7}$: fiunt $\frac{154}{7}$: hoc eſt, 22 Integra: quæ eſt ſumma primùm conſtituta.

Fol. 93. lin. 27. Dupla Radicem inuentam, dein vnitatem adijce.) Vnitatem, nõ quæ notarum numerum, ſed tantùm primam notam augeat. Exemplum, Volo Radicem huius numeri 1939. Ea eſt 44: & quia ſuperſunt 3, duplo Radicem: fiunt 88: his addo 1, fiunt 89: quibus ſupraſcribo

ſcribo ternariũ, qui reliquus erat. dico ergo Radicem 1939 eſſe 44 $\frac{2}{89}$ ſatis præciſè.

Folio.100. lin.24. Idem enim efficies.) Quod de quibuſcunque numeris intellige. Verbi gratia; Multiplica 4 per 5, fiunt 20: tũ 20 per ipſa 4: idẽ efficies ac ſi multiplicaueris quadratũ 4 ſcilicet 16, per 5. Nimirũ quòd quater quinquies quatuor idẽ efficiant quod quinquies quater quatuor.

Fol.108.lin.2. Quantum protenditur in turrim.) Hoc eſt quã altè innitatur: ſcilicet quãta ſit altitudo cõcurſus Scalæ cũ Turri.

Fol.111.lin.3. Quam vocant Coſæ.) Italis hæc Regula fuit frequentiſsima. In qua quoniam ferè ponitur vnũ quid, ſeu vna Res, ea apud ipſos lingua patria dicta eſt, Regula della coſa: ac ſi Gallis diceretur la Regle de la Stroſe. Algebra autẽ dicta videtur à Gebro Arabe vt vox ipſa ſonat: huius artis ſi non inuentore, ſaltẽ excultore. Alij tribuunt Diophanto cuidã Græco. Nos de his præfati ſumus in Algebra Gallica, quã nos iampridẽ Latinã factam edidiſſemus, ſi per temporum perturbationes licuiſſet.

Fol.130.lin.26. Dico ergo ſummam omnium &c. Hæc non eſt legitima Proportionum Additio: Vt tertio Arithmeticæ noſtræ Libro oſtendimus.

DE

DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS COMPENDIVM, AC primò de earum vſu, ſerie, ac denominatione.

FRactiones Aſtronomicæ, quas vulgò Phyſicas vocant, ad motus cœleſtes ſeu circulares ſupputādos potiſsimùm ſpectant. Circulus 12 Signis cōſtat: Signum, 30 Gradibus: Gradus, 60 Minutis: Minutum, 60 Secundis: Secūdum, 60 Tertijs: Tertium, 60 Quartis: & ſic continuè pergendo per ſexagenarium decrementum quoad placuerit: etſi hanc progreſsionem vix aut nunquam vltra Decima ſupputationum vſus admittat.

Quemadmodum in vulgaribus calculis, præcipuè attenditur Denarius numerus, ſic in Fractionibus Aſtronomicis Sexagenarius, vtpote omnium numerorum qui intra centum ſunt, aptiſsimus ad diuiſionem recipiendam. Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, ſex, decem, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde quanuis Signa communia 30 tantùm Gradibus conſtent: tamen ad commodiorem motuum & tabellarum ſuppu-

tationem , Aſtronomi ex duobus Signis communibus vnum maius Signum efficiunt: vt Signum 60 Gradus contineat, & totus Circulus 6 duntaxat Signis compleatur: 60 Signa vnum Secundum maius efficiunt: 60 Secunda, vnum Tertium: 60 Tertia, vnum Quartum: & ſic ſeriatim ac ſurſum eundo per continuum augmentum ſexagenarij numeri. Sed huiuſmodi conſecutiones quę Signa tranſcendunt, quęq; impropriè Fractiones nuncupantur, nullum habēt vſum niſi ad artem oſtēdendā.

Itaque Signa communia, in maiora conuertenda ſunt priuſquam Additionem, Subtractionem , & reliquas operationes Aſtronomicas aggrediare.

Scio aliorum rationem eſſe diuerſam in ſtatuendis denominatoribus maiorum fractionum, qui huic ſpeciei quam nos hîc Secundorum nomine appellamus, Primorum denominationem tribuunt: & quæ Tertia dicimus, Secunda vocant. Nos verò par eſſe duximus, Gradus in medio collocari: quorum denominatio per o ſignificatur: Minutorum, per 1: Secundorum, per 2, &c. Sic Signorum denominationem voluimus per 1 repræſentari: deinde proximè maioris fractionis, per $\bar{2}$: proximè itē maioris

ioris, per 3̃, &c. quaſi ſic ſtet formulæ ſeries. 4̃. 3̃, 2̃, 1, 0, 1, 2̃, 3̃, 4̃, &c, Hoc eſt, Quarta (ſcilicet maiora) Tertia, Secunda, Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta. Nemo igitur eo nomine offendi debet, quũ diſciplinæ ipſius norma nullo pacto peruertatur: quin etiam Canones Multiplicationis & Diuiſionis hac ratione longè faciliores ad generaliores redduntur.

Sicut in fractionibus vulgaribus duo ſunt numeri, nempe Numerator & Denominator, ita & in Aſtronomicis: Sed vſus inualuit vt hîc numerator inferiori, Denominator ſuperiori loco ponatur: contrà quàm in Fractionibus vulgaribus.

Et quoniam fractiones Aſtronomicæ aliæ ex alijs conflantur & dependent, fit vt vna quæpiam minor denominatio ſine aliarum præcedentium annotatione non ponatur, Vt ſi 12 Minuta & 20 Secunda velim deſignare, ea ſic exprimam, S. 0. g̃. 0. m̃. 12. 2̃. 20. Item. 3, Signa cum 25 Minutis. S. 3. g̃. 0. m̃. 25.

Additio.

1 Sicut in Additione Integrorum ſimplices notæ ſimplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directè ſubſcribuntur: ita in Additione Fractionum Aſtronomicarum

Signa ſignis, Gradus Gradibus, Minuta Minútis:& in ſumma quælibet Fractio,ſui generis Fractioni ſubijci debet.

2 Cuiuſcunque generis Fractio non excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anteriorem ordinem pertinet. Vt non rectè annotabis,25 Gradus cum 76 Minutis:ſed 26 Gradus cum 16 Minutis.Praxis.

3 Signa communia ad Signa maiora reducito,vt monuimus: deinde quodlibet genus Fractionis ſuo loco diſponito: ſic vt eadem denominatio eidem denominationi ſuppoſita ſit. Et initium faciẽs à dextro & vltimo loco, adde inuicem quaſcunque ſub eodem titulo repereris: eaſque ſub trãſuerſa linea reponito quemadmodum in Integrum Additione fieri ſolet, & ſub proprio titulo: ſicque per ordinem ſingulorum locorum ſeu titulorum numeros ſimul addere non deſines, donec omnes ad vltimum abſolueris. Exempli gratia, Addenda ſunt Signa communia 2, Gradus 16,Minuta 25,Secunda 17,Tertia 21, Quarta 27,cum Signis 4, Gradibus 20, Minutis 18, Secundis 22, Tertijs 30, & Quartis 12. Reductis duobus Signis ad vnum: & quatuor ad duo, ſic ſtabit formula.

S. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃.
1. 16. 25. 17. 21. 27.
2. 20. 18. 22. 30. 12.

3. 36. 43. 39. 51. 39.

Hæc facilior eſt quàm quæ declarari debeat: Quoties enim aggregatum Fractionum vnius loci non ſuperat 60, nihil differt operatio ab Additione Integrorum. Si deſideres exemplum in Signis communibus, eadem poſitio diuerſam habebit operationem, hoc pacto.

S. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃.
2. 16. 25. 17. 21. 27.
4. 20. 18. 22. 30. 12.

7. 6. 43. 39. 51. 39.

Si verò ex vnius loci Additione excreuerit numerus ſupra 60: ea 60 ad anteriorem ordinem pertinent: ideoque vnitas addenda erit proximæ notæ ſequentis tituli. Nam ſicut Integrorum ſupputationibus denarius numerus alicuius loci, per ſolam vnitatem anterioris loci ſignificatur & ſuppletur: ita Sexagenarius numerus alicuius Fractionis Aſtronomicæ per vnitatem anterioris Fractionis denotatur. Exemplum. Addenda ſunt Signa 5, Gradus 40, Minuta 33, Secunda 55, Tertia 45, &

Quarta 24, cum Signis 7, Gradibus 25, Minutis 22, Secundis 18, Tertijs 47, & Quartis 53. Primùm incipe à Quartorum additione, hoc pacto: 3 & 4 faciunt 7: ea ſcribe ſub linea tranſuerſa, & ſub Quartorum titulo: 5 & 2 itidem faciunt 7: quæ quoniam denariorum locũ occupant, 7 denas Quartorum ſignificãt: à quibus aufer 6 (ea ſunt 60) manet 1: quam ſubſcribe poſt 7, ac ſub eodem titulo Quartorum, & 6 ſerua: inde ad Tertiorum ordinem veniens, pro 6 ſeruatis, adde 1 priori notæ Tertiorum, ſcilicet 7: fiunt 8: quę cum 5 faciunt 13: ſcribe 3: Deinde adde 1 ad 4: fiunt 5: quæ cum 4 faciunt 9: ex quibus aufer 6, manent 3, quæ ſubſcribe poſt priorem ternarium: & pro 6 retentis adde 1 priori notæ ſequentis ordinis Secundorum: fiunt 9: quæ cum 5 faciunt 14: ſcribe 4 ſub Secundorum titulo: poſtea adde 1 ad 1, fiunt 2: quæ cum 5 faciũt 7: ſubſcribe 1, retine 6: pro quibus adde 1 ſequenti notæ Minutorum, fiunt 3: quæ cum 3 faciunt 6: quibus ſubſcriptis, iunge 2 cum 3: fiunt 5, quæ ſubſcribe poſt 6. Inde ad Graduum ordinem venies: cuius prima nota eſt 5, quæ cum 0 manet eadem: hæc ſcribe ſub Graduum titulo: deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6, quæ ſerua. Tandem ad ſigna

gna peruenis, & pro 6 ſeruatis, adde 1 ad 7: fiunt 8, quæ cum 5 faciunt 13: ſcribe ſolam vnitatem, & 12 reijce, quæ duos Circulos faciunt. Erit igitur formula eiuſmodi.

S. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃.
5.40.33.55. 45.24.
7.25. 22.18. 47.53.

---

1. 5. 55.14. 33. 17.

Sequens Additio ſurſum eundo peruenit vſque ad Secunda maiora, quæ 60 Signa efficiunt.

Sec. Sig. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃. 5̃.
24.32.0. 25.15. 34. 54.
36. 12. 0. 26.19. 33. 55.
48.45.0.27.17.35.56.

49.29.1. 18.49.44.45.

Subtractio.

1 Si Fractiones ſubtrahendæ, non ſuperent eas à quibus fit ſubtractio, poteſtate aut numero: facilis eſt operatio: Nihil enim differt ab Integrorum ſubductione. Vt ſi auferenda ſint Signa 2, Gradus 7, Minuta 12, Secũda 25, & Tertia 26: à Signis 3, Gradibus 10, Minutis 17, Secundis 45, & Tertijs 54: ſic ſtabit formula.

S.	g̃.	m̃.	2̃.	3̃.
3.	10.	17.	45.	54.
2.	3.	5.	20.	28.

2 Si verò numerus ſubducendus alicuius generis ſuperet numerum eiuſdem generis vnde fit ſubductio: mutuare 1 à propinquiori nota ſuperioris ordinis, quæ præſentis generis 60 vnitates repræſentabit: ea 60 adiunge numero à quo fit ſubductio, à collecto aufer ſubducendum numerum. Quòd ſi propinquior illa nota ſuperioris ordinis non ſit ſignificatiua, ſed 0, mutuare ab eius ſiniſtro elemento. Quòd ſi etiam nullum ſit, accipe ab vlteriori Fractionis genere. Deinde facta ſubductione, pro ijs 60 adde 1 ſequenti elemento primi generis ſubtrahendorum, productum aufer à ſuperiori ſimili modo.

Exemplum: Subtrahenda ſunt Signa 2, Gradus 22, Minuta 45, Secunda 44, & Tertia 59: à Signis 4, Gradibus 0, Minutis 40, Secundis 46 & Tertijs 37. Primùm quoniam 9 à 7 non poſſunt auferri, aufer à 17: ſuperſunt 8, quæ ſcribe ſub tranſuerſa linea, ſub titulo Tertiorum: & pro 10 adde 1 ſequenti elemento: fiunt 6, quæ quum non poſsint auferri à 3, mutuare 1 à proximo genere Secundorum, quæ 6 denas Tertiorum

tiorum repræſentabit, vt cum 3 fiant 9: è quibus retine 6, ſuperſunt 3, quæ ſcribe ſub titulo Tertiorum: ac pro 6, ad proximam notam Secundorũ adde 1: fiũt 5, quæ aufer à 6, reſtat 1, quam ſcribe ſub Secundorum titulo. Deinde 4 aufer à 5: reſtat 1: eam ſubnota poſt priorem. Tum ſequentis ordinis proximo elemẽto adde 1: fiunt 6: quæ quoniã à nihilo non potes auferre, aufer à 10: reſtant 4, quæ ſcribe ſub Minutorum titulo: & proximo quaternario adde 1, fiunt 5: quæ quum à 4 auferre nõ poſſis, mutuare 1 à proximo genere: Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab vlteriori genere (Signorũ ſcilicet) quæ vnitas cùm 6 denas Minutorum valeat, cum 4 faciet 10: à quibus aufer 5, reſtant 5, ea, ſubſcribe. Poſtea ad proximã notam auferendi numeri, videlicet Graduũ, adde 1: fiunt 3, quæ aufer à 10, reſtant 7: hæc ſubſcribe: & adde 1 binario ſequenti, fiunt 3: quæ quoniam non poſſunt auferri à loco vbi nihil eſt, mutuare rurſus 1 à proximo genere, Signorũ: quę faciet 6 denas Graduũ: à quibus ablatis 3, reſtant 3. Vltimò peruenis ad Signorum titulum, vbi reperis 2: quibus adde 1, fiunt 3: quæ aufer à 4, reſtat 1, eſtq; operatio abſoluta. Sequitur formula.

S.	g̃.	m̃.	2̃.	3̃.
4.	0.	40.	56.	37.
2.	22.	45.	44.	59.
1.	37.	55.	11.	38.

In Tabularum calculis aliquando contingit vt Fractiones tum poteſtate tum numero maiores, à paucioribus & minoribus ſint auferendæ. Vbi integrum Circulum, hoc eſt, 6 Signa mutuari oportet, vt vides in hac poſitione. Hæc autem reijciuntur in Additione.

S.	g̃.	m̃.	2̃.	3̃.
2.	27.	33.	50.	
4.	38.	39.	44.	46.
3.	48.	54.	5.	14.

Multiplicatio.

1 Fractionum Aſtronomicarum Multiplicatio & Diuiſio tribus modis abſoluuntur: Primo per reductionem ad minimum genus: Altero per Tabulam tabularum ad omnes ſupputationes inſeruientem: Tertio per tabulas Sinuum. Hîc duntaxat primum modum attingemus, quòd initio nihil inſtituerimus aliud quàm compendiosè docere. Porrò Multiplicatio per Tabulam proportionum etſi facilis ac expedita ſit, Diuiſio tamen per ipſam non minus eſt

nus eſt tædioſa (eæ plerunque occurrunt operationes) quàm per reductionem ad minimum genus.

2 Quantũ igitur ad Multiplicationẽ attinet, ſumma artis eſt. Adde inuicẽ Denominatores: prouenit Denominator quęſitus: Numeratores verò multiplicantur inter ſe nõ aliter quàm Integra. Vt ſi multiplicentur Secũda 5, per Quarta 7: adde 2 ad 4: fiũt 6, Denominator: deinde duc 5 in 7: fiũt 35, numerator. Quo in loco rurſus monendũ eſt, Signa per 1: Gradus, per 0: Minuta etiã per 1 denominari: Signis verò Secunda maiora aſcendendo continenter ſuccedere.

3 Gradus itaque per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipſum genus reſtituunt: Signa & Minuta augent denominationem vnitate. Quum verò Fractio maior per minorem multiplicatur, Denominator exurgit, ablata minore nota à maiore. Vt Tertia maiora per Secunda minora multiplicata, producũt Signa. Rurſus Tertia minora per ſecunda maiora, producunt Minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius Fractionis maior ſit nota. Nam ſi maioris Fractionis maior ſit nota, producitur maior: ſi minoris, minor.

Hæc manifeſta fiunt ex ſubiecta Tabella.

Ter,

Ter.	Secũ.	Sig.	Gr.	m̃.	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃
Sec.	quar.	Ter.	Sec.	Sic.	Gr.	m̃	2̃	3̃	4̃
Sig.	Tert.	Sec.	Sig.	Gr.	m̃.	2̃	3̃	4̃	5̃
Gra.	Secũ.	Sig.	Gr.	m̃.	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃
m̃	Sign.	Gr.	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃
2̃	Gra.	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃
3̃	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃
4̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃
5̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃	1̃1̃
6̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃	1̃1̃	1̃2̃

Titulũ multiplicãdæ Fractionis in ſiniſtro latere Tabulæ inueſtiga: multiplicantis, in vertice eiuſdem, aut è diuerſo: & ab vtroq; in Tabulam procede recto introitu: angulus communis indicabit denominationẽ ex vtriuſq; Fractionis multiplicatione prouenientem. De Multiplicatione vnius Fractionis in vnam, hæc ſufficiant.

4 Contingit autem plerunque vt plures Fractionũ ſpecies etiã per plures ſint multiplicandæ. Hîc itaq; reductione opus eſt, hoc pacto. Singula fractionum genera quæ tum in multiplicandis, tum in multiplicantibus ſunt, reduc ad vltimum & minimum genus in vtriſq; contentum: pro-

ducta

ducta quæ vtrinque exurgunt, multiplica inuicem, ſumma denominationem ſortietur quæ ex horum duorum Multiplicatione coaleſcere ſolet. Poſtea ex Diuiſione ipſius ſummæ per 60, ſcies quid quantumq́; cuiuslibet generis in ipſa contineatur, vt infrà docebimus.

5 Reductio ad minimum genus, fit multiplicãdo Numeratorem maximi generis per 60: productũ rurſus per 60: ſicq́; continuanda producti cuiuſq́; multiplicatio per 60 vſque ad vltimum & minimum genus. Quod vt faciliùs fiat, ſubijciam Multiplicationis & Diuiſionis per 60 compendium. Numerum multiplicandum duc in 6, producto adde 0. Vt ſi velis ducere 115 in 60: duc 115 in 6: fiunt 690: his adde 0: exeunt 6900. Simili ratione diuides per 60, interſecando primam notam numeri diuidendi, per virgulam, ac cæteras notas diuidendo per 6: ſiquid hinc ſuperfuerit, annectes notæ interſectę: id erit totius Diuiſionis ſuperfluum. Vt ſi velis diuidere 265 per 60: ſegrega 5 per virgulam, hoc pacto, 26|5. Poſtea diuide 26 per 6: prodeunt 4, ſuperſunt 2: quibus annecte 5, exurgunt itaque 4 ex diuiſione 265 per 60, & reſtant 25. Praxis.

6 Ducenda ſunt Minuta 16, Secunda 25, & Tertia 36, in Secunda 10, Tertia 15 & Quarta 20. Quoniam igitur minimum multiplicandarum Fractionum genus, eſt Tertiorum: quælibet Fractio ad Tertia reducēda eſt, hoc pacto: Duc 16 Minuta in 60: fiunt 960 Secunda: his iunge 25: fiunt 985 Secunda: hæc quoque duc in 60: fiunt 59100 Tertia, quibus adde 36, fiunt omnino 59136 Tertia: quæ ſerua, donec eadem via Fractiones multiplicantes reduxeris. Et quoniam minimum multiplicantium genus, eſt Quartorum: quælibet ſpecies ad Quarta reducendæ ſunt. Duc ergo 10 Secunda in 60: fiunt 600 Tertia: quibus adde 15: fiunt 615 Tertia: hæc duc in 60: fiunt 36900 Quarta: quibus iunge 20: fiunt 36920 Quarta. Per hæc ergo multiplica 59136 Tertia: proueniunt 2183301120: quæ Septimorum denominationem habent, quum Tertia per quarta multiplicata producant Septima. Tandem vt ſcias quæ genera Fractionum, & quantum cuiuſque generis in 2183301120 Septimis contineantur, hæc diuide per 60: exurgūt 36388352, Sexta: hæc quoque diuide per 60, exeunt 606472 Quinta, ſuperſunt 32 Sexta: Diuīde 606472 per 6, fiunt 10107 Quarta, ſuperſunt

perſunt 52 Quinta: diuide 10107 per 60, fiunt 168 Tertia, ſuperſunt 27 Quarta. Tandem diuide 168 per 60: proueniunt 2 Secunda, ſuperſunt 48 Tertia. Erit igitur productum,

2̃, 3̃, 4̃, 5̃, 6̃.
2, 48, 27, 52, 32.

Diuiſio.

1 In Diuiſione Fractionum Aſtronomicarum nihil intereſt vtra per alteram diuidatur, quantum ad Denominatorem reperiendum: vtrobique enim idem exurgit Denominator. Vt ſi diuidas Tertia per Quarta, idem proueniet Denominator ac ſi diuideres Quarta per Tertia.

2 Summa verò artis eſt: Subtrahe Denominatorem minorem à maiori, relinquetur Denominator quæſitus: Numeratores verò diuiduntur inter ſe nõ ſecus quàm Integra. Vt ſi ſecunda 18 diuidenda ſint per Quarta 6: aufer 2 à 4, manent 2, Denominator: deinde partire 18 per 6, exeũt 3 Numerator. Habes itaq; $\frac{2}{3}$ ex Diuiſione $\frac{2}{18}$ per $\frac{4}{6}$.

3 Atque hic Canon generalis eſt: præter quàm quòd, ſi maior Fractio per minorẽ diuidatur, aut cõtra, producetur Denominator ex vtriuſq; additione: ſed ex maiori Fractione fiet minor: Idẽ & ſi per Gradus maior

maior diuidatur Fractio: Vt ſi Tertia maiora per Gradus diuidantur, fiunt Tertia minora. Vbique verò intelligo ſeruari Fractionum maiorum rationem quam ſuprà dedĩmus. Sed, vt diximus, rariſsimè cadũt in vſum. Hæc demonſtrat ſequẽs Tabella.

Quĩ.	Quar.	Ter.	Se.	Sig.	g̃	m̃	2̃	3̃	4̃	5̂	6̃	7̃	8̃
Quar.	ĝ	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃	1̃1̃	1̃2̃
Tert.	m̃	g̃	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃	1̃1̃
Sec.	2̃	m̃	ĝ	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃	1̃0̃
Sig.	3̃	2̃	m̂	g̃	m̃	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃	7̃	8̃	9̃
ĝ	4̃	3̃	2̃	m̂	g̃	m̂	2̃	3̃	4̂	5̃	6̃	7̃	8̃
m̃	5̃	4̃	3̃	2̃	m̃	ĝ	m̃	2̃	3̃	4̂	5̃	6̃	7̃
2̃	6̃	5̃	4̃	3̃	2̃	m̂	g̃	m̂	2̃	3̃	4̃	5̃	6̃
3̃	7̃	6̃	5̃	4̃	3̃	2̃	m̃	g̃	m̂	2̂	3̂	4̃	5̃
4̃	8̃	7̃	6̃	5̃	4̃	3̃	2̃	m̃	g̃	m̃	2̃	3̃	4̃
5̃	9̃	8̃	7̃	6̃	5̃	4̃	3̃	2̃	m̂	g̃	m̃	2̃	3̃
6̃	1̃0̃	9̃	8̃	7̃	6̃	5̃	4̃	3̂	2̃	m̃	g̃	m̃	2̃

Titulum diuidendæ Fractionis inueſtiga in latere ſiniſtro Tabulæ: Diuidentis, in vertice eiuſdem, vel contrà: angulus communis oſtendet Denominatorem ex vtriuſque Fractionis inuicem Diuiſione prouenientem.

4 Quoties verò plures Fractionum ſpecies

cies per vnam aut plures diuidendæ ſunt, id per reductionem abſolues, hoc pacto: Omnes diuidendarum Fractionum ſpecies reduc ad vltimam ac minimam ipſarum denominationem, ſicut in multiplicatione docuimus: ac ſimili modo diuidentium, ſi plures ſint: productum diuidendarum partire per productũ diuidentium: quod exibit, eam denominationem ſortietur, quæ ex his ſpeciebus productis inter ſe diuiſis ſecundum Canonem naſci ſolet.

Exemplum. Sint Gradus 25, Minuta 15, & Secunda 30, diuidenda per minuta 15. Reductis diuidendis ad Secunda proueniunt 90930 Secunda: quæ diuide per 15 Minuta: exurgunt 6062 Minuta: quum Secunda per Minuta diuiſa, reſtituant Minuta. Inuento producto, vt ſcias quantum cuiuſque generis contineat, ipſum diuide per 60, vt ſuprà docuim⁹. Vt, diuide 6062 per 60, habebis 101 Gradus & 2 Minuta: hoc eſt, 1 Signum, 41 Gradus & 2 Minuta, productum ex diuiſione ſuſcepta. Item, diuidendi ſunt Gradus 16, Minuta 19, Secunda 41, per Minuta 22, Secunda 4. Reductis diuidendis Fractionibus, exurgunt 58781 Secunda: Reductis diuidentibus, proueniunt

niunt 1376 Secūda: per hæc diuide 58781, prodeunt 43 Gradus: quum Secunda per Secunda diuiſa, producant Gradus.

5 Quòd ſi productum diuidens, maius ſit producto diuidendo: multiplica per 60, donec eò creuerit vt diuidi poſsit. Exemplum: Diuidenda ſunt Minuta 32, & Secunda 23, per Secunda 51, & Tertia 20. Ex reductione diuidendarum, proueniunt 1243 Secunda: ex reductione diuidentiū, 3080 Tertia. Et quoniam 1943 non poſſunt diuidi per 3080, multiplica 1943 per 60: fiunt 116580 Tertia. Hæc diuide per 3080, exeunt 37 Gradus & $\frac{1620}{3080}$ vnius Gradus, quum Tertia per Tertia diuiſa, producant Gradus.

6 Quoties verò reſtabunt minutiæ, vt in hoc poſtremo exemplo: hac ratione elicies quantum valeant. Multiplica Numeratorem Fractionis annexæ per 60: quod exurgit partire per Denominatorem eiuſdem: productum erit proximæ denominationis ab Integris ipſas minutias præeuntibus. Vt in ſuſcepto Exemplo, fractio annexa, fuit $\frac{2620}{3080}$: Duc 2620 in 60: fiunt 157200: hæc diuide per 3080: fiunt 51 (Minuta ſcilicet proxima denominatio à Gradibus) & $\frac{120}{3080}$ vnius Minuti. Cuius Fra-

ctio-

ctionis æſtimationem ſimili via inquirere poſſes. Verum quoniam hic error ſenſum effugit, in hoc & ſimilibus potes tutò conſiſtere.

De inuenienda Radice Quadrata in Fractionibus Aſtronomicis.

Artificium inueniendæ Radicis Quadratæ in Fractionibus Aſtronomicis, eſt, vt accipias Denominatoris dimidium: relinquetur Denominator Radicis: Numeratoris verò Radicem inueſtiga ſicut Integrorum. Vt Radix $\overset{\overline{2}}{16}$, eſt $\overset{\overline{m}}{4}$. Nam dimidium Denominatoris eſt 1: numeratoris Radix, 4. Item Radix $\overset{\overline{4}}{39}$ eſt $\overset{\overline{2}}{6}$. Oportet itaque Denominatorem eſſe eiuſmodi vt in dimidium ſecari poſsit. Vt ſi velis Radicem Tertiorum 15, hæc prius reducenda ſunt ad 900 Quarta: quorum Radix eſt $\overset{\overline{2}}{30}$. Item, quærenda eſt Radix Gradus 1, Minutorum 20, Secundorum 11, Tertiorum 25, & Quartorum 21. omnes hæ Fractiones ad Quarta reductæ, exurgunt in 17969121 Quarta: horum Radix Quadrata eſt 4239: quorum denominatio à Secundis eſt accipienda: vtpote dimidium ex 4. Habes operationem hîc appoſitam.

I

~~1~~ 3 2
~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ 9 1 2 1
8|2
1 6 4 (4|2

II

7
~~1~~ ~~3~~ ~~2~~ 6 2
~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ ~~9~~ ~~1~~ 2 1
8 4|3 3
2 5 2 9 (42~~4~~

III

~~7~~
~~1~~ ~~3~~ ~~2~~ ~~6~~ ~~2~~
~~1~~ ~~7~~ ~~9~~ ~~6~~ ~~9~~ ~~1~~ ~~2~~ ~~1~~
8 4 6 |9
7 6 2 21 (4239 Radix.

Iam diuide 4230 Secunda per 60. habebis Minuta 70 cum Secūdis 39: hoc eſt, Gradum 1, Minuta 10 & Secunda 39, Radicis inuentæ æſtimationem.

Examen huius operationis eſt, vt multiplices Radicem inuentam in ſeipſam: exhibit enim numerus Quadratus primū ſuſceptus, ſi non erraueris.

De Radicis Cubicæ inuentione.

Sicut in Quadratis Denominator Radicis exurgit ex dimidio Denominatoris Quadrati: ita in Cubicis ex tertia parte Denominatoris Cubici, Numeratoris verò extrahitur Radix Cubica ſicut ex integris.

gris. Vt radix Cubica $\frac{6}{27}$ eſt $\frac{2}{3}$. Sunt enim 2 ſubtriplum 6: & 3, radix Cubica 27. Quoties itaque Denominator in tria diuidi non poterit, opus erit reductione. Vt ſi quæris Radicem Cubicam Minutorum 7 & Secundorum 30, priùs ad 27000 Tertia reducas: horum Radix, erit 30, quæ Minutorum denominationem habebunt. Item, quærenda eſt Radix Cubica Minutorum 18, Secundorum 51, Tertiorum 57, Quartorum 18, Quintorum 43, & Sextorum 12. Ex reductione, proueniunt 14760139392 Sexta: quorum Radix, 2448 Secunda: hoc eſt, 40 Minuta & 8 Secunda.

PRIMA.

~~6~~ 8 4 6

~~1 4 6 7 0~~ 1 3 9 3 9 2 (2|4

6

1 2

---

4 8

9 6

6 4

---

5 8 2 4

SECVNDA.

```
  1   3
 6 8 4 6 3 5 5
1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2   (24|4

     7 2
  1 7 2 8
---------------
  6 9 1 2
    1 1 5 2
        6 4
---------------
  7 0 2 7 8 4
```

TERTIA.

```
   1 3
 6 8 4 9 3 5 5
1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2   (244|8

           7 3 2
     1 7 8 6 0 8
--------------------
   1 4 2 8 8 6 4
     4 6 8 4 8
           5 1 2
--------------------
 1 4 2 3 5 5 3 9 2
```

Examen. Duc radicem inuentam in ſeipſam, productum rurſus in radicem: exhibit numerus Cubicus ab initio ſuſceptus.

DE

DE COGNOSCENDIS PER memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Aureo numero, feſtis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

MEnſium numerũ, nomen, atq; ordinem nemo eſt qui neſciat. Ex ijs Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Auguſtus, October & Decẽber habẽt dies 31, Februarius dies 28: Sed quarto quoq; anno accreſcit dies vna quę intercalaris dicitur 6 Cal. Martij in ſede F, literę: quo anno habet ipſe Feb. 29. dies. Aprilis, Iunius, Septẽber & Nouẽber dies 30. ſic vt totus annus 365 diebus cõpleat ſine Biſſexto: cũ Biſſexto 366.

2 Annus biſſextilis eſt quum numerus annorum Chriſti per 4 diuiſus, nihil relinquit: vt 1540, 1544, 1548, & ſimiles.

3 Calendæ cuiuslibet menſis in ipſius die prima ſitæ ſunt: ſed earum ordo continuatur in diebus menſis præcedẽtis per aſcenſum retrogradum ſumptis. Vt, Prima dies Februarij, Calendæ Febr. dicuntur: vltima Ianuarij, pridie Cal. Febr. trigeſima Ianuarij, tertio Cal. Februa. vigeſima nona eiuſdem, quarto Cal. Feb. & ſic numeratim vſque ad diem decimã tertiã à qua initiũ habent Idus Ianuarij. Die duodecima, dicitur

Pridie Idus. Ia. vndecima, tertio Idus decima, quarto Idus: & ſic vſque ad diem quintam: vbi Nonæ eiuſdem. Die quarta, dicitur pridie Nonas Ia. die tertia, tertio Nonas: die ſecunda, quarto Nonas. Rurſus dies prima eiuſdem, Calendæ Ian. dicuntur, ac ſimilis ordo obſeruatur in cæteris. Dicimus enim die vltima Decemb. pridie Cal. Ian. trigeſima eiuſdem, tertio Cal. Ia. & ſic per duodecim menſes.

Calendæ in diuerſis menſibus plures aut pauciores ſunt pro dierum numero. Idus verò in quolibet menſe ſunt octo: quarum ordo à Calendis vſque ad Nonas aſcendit. Nonarum verò idem numerus non eſt ſingulis menſibus: ſed Martio, Maio, Iulio, & Octobri ſunt ſex: ac eorum die ſeptima, dicimus Nonis, ſexta, pridie Nonas: quinta, tertio Nonas, &c. Reliquis verò ſunt quatuor tantùm: quæ initium habent à die quinta.

4 Numerus Cycli Decẽnouenalis, quem Aureum vocant, ſic reperitur: Annis Chriſti oblatis adde vnitatem: productum diuide per 19: quod poſt diuiſionem manet, eſt Aureus numerus. Exemplum. Volo ſcire numerum Aureum annis 1545: Addo 1, fiunt 1546: Hæc diuido per 19: reſtant 7, nume-

7, numerus quæſitus. Numerus verò partitionis, quem Quotientem vocant, indicat reuolutiões huius Cycli elapſas à Christo nato: nempe 81.

5 Hinc exurgit numerus Epactæ. Duc Aureum numerum in 11, productum partire per 30: quod reſtat eſt quæſitum. Vt, Aureus numerus Anni 1545, eſt 7, per Canonem præcedentem: quæ ducta in 11, producunt 77: hæc diuide per 30: ſuperſunt 17, numerus Epactæ huius anni. Hi duo numeri non à capite anni Romani, ſed à Martio initium habent: eorumq; vſus eſt in reperiendis Coniunctionibus & Oppoſitionibus medius Luminarium, quas mox explicabimus: ſed priùs pauca quædam ad hoc pertinentia præmittemus.

6 Sol ſingulis annis totum circulum Zodiaci luſtrat. Zodiacus in 12 Signa diuiditur: quorum ordo eſt, Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: quorum vnumquodque 30 Gradibus conſtat. Sol ſingulis menſibus vnum Signum percurrit, ſingulis diebus Gradum: Non tamen vt menſium initium, Signorum initio reſpondeat: ſed diuerſitas hæc eſt: Die 12 Ianuarij Sol ingreditur Aquarium: 12 Fe

bruarij, Piſces: 12 Martij, Arietem: 12 Aprilis, Taurum: ſicque continuo ac recto ordine. Eorum inter ſe oppoſitio à ſeptimo quoque ſumitur. Aries opponitur Libræ: Taurus, Scorpioni: Gemini, Sagittario. Cãcer, Capricorno: Leo, Aquario: Virgo, Piſcibus. Quadratus aſpectus in quarto quoq; Signo eſt. Aries quadrato aſpectu intuetur Cancrum: Taurus, Leonem: Gemini, Virginem: & ſic de reliquis. Ex hoc locus Solis inuentu facillimus, ſingulis diebus ſingulos gradus tribuendo.

7 Coniunctio Lunæ cum Sole vulgò Nouilunium appellatur: Oppoſitio ipſius ad Solem, Plenilunium. Quadraturæ intermedię, hoc eſt trium Signorum, interuallum, ſignificant medietates ipſius incrementi ſiue decrementi. Hæ verò ſic reperiuntur: Numero Epactę reperto, per quinti numeri doctrinam, adde numerum Calendarũ, quæ à menſe Martio fluxerũt: productum aufer à 30, quod remanet indicat diẽ quo futura eſt Coniunctio: Die verò pòſt decimaquinta, erit Oppoſitio. Exemplum: Volo ſcire quota die menſis Iulij hoc anno 1545 ſit futura Coniunctio: Epacta ſuprà inuenta eſt 17 eodẽ anno, huic adde 5, numerum ſcilicet Calendarum quæ à Martio

præte-

præteriêre:fiunt 22:quæ aufer à 30, reſtant 8.Erit ergo illo menſe Coniunctio, octaua die. Iam adde 15 ad 8: exurgunt 23. Die ergo 23, erit Oppoſitio. Quòd ſi productum ſit minus quàm 15: ipſum aufer à 15: quod remanet eſt dies Oppoſitionis. Si excedat 30, aufer à 45: quod remanet itidē eſt dies Oppoſit. Exemplum: Volo oppoſitionem quæ fuit menſe Aprili 1539. Numerus Epactæ illius anni, fuit 11, per 5: his adde 2, pro Calendis quæ prӕterierunt à Martio: fiunt 13: hæc aufer à 15: manēt 2. Fuit ergo Oppoſitio die ſecunda illius menſis. Item volo Oppoſitionē quæ futura eſt menſe Octobri, Anno 1546. Numerus Epactæ erit 28, quibus additis 8, numero ſcilicet Calendarum à Martio: fiunt 36. hæc aufer à 45, manent 9. Erit itaq; Oppoſit. nona die Octobris illo anno. Hoc ideo addendum fuit, quòd ſæpe fit vt Oppoſitio alicuius menſis præueniat Coniunctionē eiuſdē. A die Oppoſitionis ablatis diebus 15, habebitur dies præcedentis Coniunctionis. Vt ſi die nona Octob. ſit futura Oppoſitio, præcedet Coniunctio die 24, Septemb. Habita Coniūctione & Oppoſit. habebimus quadraturas, addendo vel auferendo 7 dies.

8 Hinc elicitur locus Lunæ in Zodiaco.

Primum conſidera locum Solis ad diem ſuſceptum: poſtea vide vtrum præceſſerit Coniunctio an Oppoſitio, & quot dies hinc elapſi ſint. Hos dies multiplica per 4, productum partire per 9: numerus partitionis indicabit Signa & partes Signorum: vtpote per Integra intelligitur numerus Signorum: numerator verò fractionis annexæ indicabit Gradus triplicatos. Ea Signa & Gradus adde ad locum Solis ſemper: productum, erit locus Lunæ, ſi præceſſerit Coniunctio: Si verò præceſſerit Oppoſitio, erit locus oppoſitus Zodiaci. Exemplum: Volo ſcire locum Lunæ 18 Iulij 1545, Coniunctio per 7, erit 8 die: ſuperatio dierum eſt 10: hæc duc in 4, fiunt 40: quæ diuide per 9, exurgunt 4 $\frac{4}{9}$, hoc eſt, quatuor Signa & 12 Gradus. Nam pro qualibet nona, tres Gradus ſumendi ſunt. Hæc adde ad locum Solis, qui per præcedentia, erit in 7 gradu Leonis. Erit ergo Lunæ locus circa 19 gradũ Scorpij, quum præceſſerit Coniunctio. Rurſus volo locum Lunæ die 17 Octob. 1546. Oppoſitio erit die 9 eiuſdem: ſuperatio eſt 8 dierum: quos multiplica per 4: fiunt 32: diuide per 9, prodeunt 3 $\frac{5}{9}$, hoc eſt, tria Signa & 15 Gradus. Adde ad locum Solis, qui erit in 6 Gradu Scorp.

du Scorp. exibit 21 Gradus Aquarij: Cuius loco accipies 21 Gradum Leonis, Signi ſcilicet oppoſiti, quia præceſſerat Oppoſitio. Nequis tamen nimia ſecuritate fallatur, quæcunque hîc dicta ſunt, de medijs Coniunctionibus & Oppoſitionibus dicta intelligat, de ijs ſcilicet quæ proximè accedunt ad venas, quæ in Ephemeridum libris reperiuntur: Poſſunt enim à veris differre 12 horarum ſpatio, atque eo amplius. Idem & de locis ipſis intelligas. Horum cognitio vt non omninò certa ac exacta ſit, certè pulchra & iucunda eſt, nullis ad hoc Tabulis neceſſarijs: maximè verò quòd per medias Coniunctiones atque Oppoſitiones, potiùs quàm per veras, metiamur feſtorum mobilium curſum, hoc qui ſequitur modo.

9 Per Canones ſuperiores, habeas Coniunctionem in menſe Februario anni propoſiti: & vide in quam ceciderit diem: & proxima dies Martis erit Carniſpriuium Romanũ. Quòd ſi die Martis fuerit Coniunctio, omnino ad diem ſequentem Martis differtur: Dominica proxima, erit Quadrageſima: Poſt ſex hebdomadas, erit Paſcha. Exemplum: Coniunctio in menſe Feb. 1545, erit die 12, per doctrinam præceden-

dentem. Dies autem 12, erit dies Iouis. Erit itaque die 17, Carniſpriuium: & Quadrageſima, 22 eiuſdem: Paſcha, 6 hebdomadis, hoc eſt, quadrageſima ſecunda pòſt die: quæ cadet in 5 Aprilis. Additis quinque hebdomadis, hoc eſt, 35 diebus ad diem Paſchæ, habetur dies Rogationum. Erunt ergo die 10 Maij: quibus additis 4 diebus, erit Aſcenſio Domini. Hinc ad Pentecoſten ſunt 10 dies, eritque 24 eiuſdem menſis. Feſtum Trinitatis die ſeptima Penthecoſte, eritque die vltima Maij. Feſtum corporis Chriſti, die quarta à Trinitate. Aduentus domini ſemper eſt Dominica quarta ante Natalis feſtum. Vnde ſi Natalis ſit die Dominica, celebrabitur Aduentus, die 27 Nouembris, eritque à Natali remotiſſimus. Eius tempus maximum, eſt dierum 28: minimum 21. Interuallum, eſt ſpatium à Natalis feſto ad Dominicam, in qua cantatur, Eſto mihi. Ea eſt quæ proximè antecedit Carniſpriuium Romanum. Septuageſima eſt tertia Dominica ante Quadrageſimam. Vnde cùm Anno 1545 poſuerimus Quadrage. 22. Februar. fuit Septuageſima, die prima eiuſdem. Supereſt vt de Cyclo Solari & Cyclo Indictionis dicamus.

10 Cùm addideris 9 ad annũ Chriſti oblatum,& productũ diuiſeris per 28, quod ex diuiſione reſtabit, erit numerus Cycli ſolaris. Exemplũ: Quæritur numerus Cycli ſolaris Anni 1545: His adde 9, fiunt 1554. diuide per 28,ſuperſunt 14,numerus quæſitus.Numer⁹ verò diuiſiõis,55,oſtẽdit reuolutiões huius Cycli elapſas à Chriſto nato.

11 Per hunc numerum habetur dies anni prima. Nam ſi fuerit 28 ſiue o: dies prima Anni occurret die Dominica: ſi 1, die Lunæ,ſi 2,die Mercurij,ratione anni intercalaris:ſi 3,die Iouis:ſi 4,die Veneris, &c.Exemplum:Quum Anno 1545.numerus Cycli Solaris ſit 14, & ſingulis annis vnitate creſcat: anno igitur 1532 fuit 1: & prima dies anni, Lunæ: 1533, Mercurij,ꝑpter Biſſextum 1534,Iouis:1535,Veneris:1536,Sabbati.Rurſus 1537,Lunæ, quum præceſſerit Biſſextus:& eadem ratione 1541,dies Sabbati: Erit itaque annus 1545, die Iouis. Ex hoc in promptu eſt litera Dominicalis. Nam quum diem anni primam habuerimus(cuius litera ſemper eſt A)computatis diebus & literis, illa ſtatim ſuoq́ue ordine occurret. Vt, quum Anni 1545 dies prima ſit Iouis,& ſit A:erit dies Veneris B:Sabbati,C:& Dominica D.

12 Num

12 Numerus Indictionis hac ratione reperitur. Annis Chriſti adde 3: productum diuide per 15: quod remanet ex diuiſione, eſt quæſitum. Vt Anno 1545 adde 3: fiunt 1548: hæc diuide per 15, reſtant 3, numerus Indictionis huius anni. Numerus verò partitionis 103, indicat huius Cycli reuolutiones à Chriſti Natiuitate elapſas. Hic numerus hodie Pontificum diplòmatis & notariorum inſtrumentis inſeri ſolet. Hîc animaduertendum eſt, Indictionis numerum à menſe Septembri initium habere, ſicut Aureum numerum à Martio: ſic vt anno 1545 poſt finem menſis Septembris, numerus Indictionis non 3: ſed 4 ſit futurus.

IACO-

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

VIDE quàm mihi chara ſint tua ſtudia. Radicum demonſtrationẽ, quã Gemma Friſius extremis ferè digitis attigerat ad me recepi, & confeci, alioqui in diuerſo ſtudij genere occupatiſſimus. Eam quum ad libros de occulta parte numerorum reponere ſtatuiſſem, mutaui ſubitò conſilium. Nolui enim dilatione rei pulcherrimæ tuam expectationem ſuſpenſam relinquere. Totum itaque caput in hunc locum tranſtuli: Tu aduerte animum.

RADICIS QVADRATAE DEMONSTRATIO.

VBicunq; partium collectio totum quidpiam conſtituit, diſſolutione opus eſt ad partes ipſas eruendas. Igitur Numerus compoſitus in tot partes diſſoluitur, quot ipſius ſunt notæ. Vt 234 in tres, ſcilicet 200, 30 & 4. quod & ipſa pronuntiatio exprimit. Atque vt à ſimplicioribus doceamus, hic Numerus 23, diſſoluitur in 20 &3: quod in Algebra dicitur 20 p. 3: hoc eſt, 20 plus 3. Quum itaque 23 ad quadratum ducenda ſunt, primùm ducuntur 3 in ſe, fiunt 9: Tum 20 in 3, bis: fiunt bis 60: ac tandem 20 in ſe, fiunt 400: ij omnes numeri efficiunt 529, Quadratum 23. Atque hinc emergit ratio colligendæ radicis Quadratæ, & quo argumento huc inducatur quarta Propoſitio ſecundi Libri Elementorum Euclidis, quæ ſic habet,

		3
	2	0
		3
	2	0
		9
	6	0
	6	0
4	0	0
5	2	9

Si recta linea in duo ſecetur, Quadrata quæ ex duobus ſegmẽtis fiunt cum eo quod

bis

bis ſub ipſis ſegmentis comprehenditur Rectangulo, æqualia ſunt ei quod à tota fit Quadrato.

Cuius demonſtrationem quum dederimus in noſtro Euclide, eam hoc loco oſtendemus ſimplici expoſitione.

Propoſitionis itaque ſententia eſt, vt ſi linea AB ſecetur in puncto C, Quadratum



quod ex tota AB, ſit æquale duobus Quadratis

dratis quæ ex AB & CB cum eo quod bis fit ex AB in CB.

Conſtituatur enim ex AB, Quadratum ABDE: ſeceturque AD in puncto F ſimiliter vt ipſa AB: ſcilicet AF ſit æqualis AC: & FD æqualis CB. Ac tum ductis Parallelis CH & FG, conſtat Parallelogrammum CF eſſe Quadratum: itidem GH eſſe Quadratum. Conſtat etiam vtrunque CG & FH Supplementum eſſe, id quod fit ex AC in CB: denique totum Quadratum ABDE quatuor ipſis Paralleligrammis eſſe æquale. Quum igitur fecerimus totam AB eſſe 23, vt BB ſit 20, & C A, 3: erit Quadratum GH, 400 Quadratum CF, 9. Vtrunque verò Supplementorum, erit 60. Ex quo iam facilè eſt colligere vnde extractio Quadrata deprompta ſit. Scilicet, duo ipſa quadrata in locis imparibus ſita ſunt, primo & tertio, alterutrum verò Supplementum, medium locum occupat. E loco igitur tertio, id eſt, ex puncto ſecundo, elicitur Quadratum 400, (quod eſt Quadratum lineæ BC) cuius Radix 20 (hîc autem Nihila intellectu expunguntur: vt 4 pro 400: & 2 pro 20 teneantur: ſicut deinceps vbique erit obſeruandum.) Ponuntur ergo 20 (ea ſunt 2) ad latus: Tum hæc dupli-

cantur, fiuntque 40: ſcilicet fit bis linea BC, vt pòſt vna opera fiat duplex illa multiplicatio quam Propoſitio aſtruit, per futuram notam 3. Iam per hæc 40 diuiditur numerus 120: prodit index ſeu indicans numerus (Quotientem vocant) 3, ſcilicet linea AC. Hæc 3 adduntur ad 40, fiunt 43: quæ ducuntur in ipſum indicem: nempe 33 in 3, fit quadratum 9: tum 3 in 40, nempe bis in lineam 20: fiunt bis 60, ſeu 120: hæc ſunt duo Supplementa. Atque ea eſt inueſtigatio partium per inuerſionē, quæ extractionem Radicis patefacit. Nam abſtracto iam Quadrato 400 quum ex 129 detraxeris Quadratum 3, quod eſt 9, manent 120: Atque hic numerus perpetuò in duo æqualia diuiditur, propter duo Supplementa æqualia quæ ipſe continet: eaq; ratione duplicantur 20, vt vna opera conficiantur ipſa duo Supplementa ex multiplicatione in 3. Sicque conſtat Radicis extractio. Ex his ſatis apparet quur omnis Numerus Quadratus primam notam habeat 1, aut 4, aut 5, aut 6, aut 9, aut denique 0: nunquam 2, 3, 7, 8. Nimirum quòd ſub primo puncto ſemper lateat aliquod ſimplicium Quadratorum. Vbi verò Quadratus Numerus primam notam habet 0, neceſſe

eſt parem eſſe numerum Nihilorum: quæ numerum quidem augeat, ſed dignitatem hîc non mutant: Scilicet ſi 400 quadratus eſt numerus, neceſſe eſt 4, quoque quadratum eſſe numerum. Quum itaq; Quadratum 529 conſtet duobus Quadratis, 400 maiore, & 9 minore: duobusq́; Supplementis, ſcilicet bis 60: ſi nihila abſtuleris, fient duo Quadrata 4 & 9: duoq́ue Supplementa, quorum vtrunque erit 6: Quæ omnia ſimul addita etiamnum Quadratum cõſtituent, nempe 25. Sed ad Cubum tranſeo. Eiuſmodi enim ſpeculationes propè innumerabiles ſunt.

RADICIS CVBICAE DEMONSTRATIO.

CVbus Geometricus ſex facies habet quadratas, ſupremam, infimam: aduerſam, poſticam: dextram, ſiniſtram. In ijs enim ſex lateribus perfectio eſt Corporis. Quum itaque Cubus lineæ in duo diuiſæ, qualis ad inſtitutum noſtrum pertinet duobus conſtet Cubis minoribus & ſex Parallelepipedis: Cubi quidem duo inter ſe collati, inæqualem habent ſoliditatem (huc enim Cubum non adducimus

qui octo Cubis conſtat æqualibus:) ſex verò Parallelepipeda binas inter ſe ſoliditates, æqualitate & inæqualitate permutant. Quæ omnia attentiùs ſunt perſpicienda, vt intelligas quot cuiuſque partis facies extent in maximi Cubi ſuperficiebus: ſicque Cubi Geometrici ſtructuram Gnomonicam animo cernere poſsis: qui quidem in plano commodè pingi non poteſt, ſed qui facilè per Quadratum à nobis modò exhibitum intelligetur. Plana enim figura, Solidæ eſt ichnographia. Cubus verò arithmeticus erit præſentior. Atque in exemplum ſumatur numerus duarũ notarum, 34. Hunc igitur quum diſſoluerimus in 30 & 4: ad Cubi conſtitutionem, primùm vtranque ducemus in ſe: tum alteram in alteram bis: iamque fit quadratum, ſed in particulas fractum, vt modò 23 quadrauimus. Scilicet fiunt 16: tum bis 120, ac poſtremo 900. Qui omnes numeri efficiũt 1156, Quadratum 34.

4
30
4
30
16
120
120
900
1156

 Tum

```
       1 6
     1 2 0
     1 2 0
     9 0 0
-----------
         4
       3 0
-----------
       6 4
     4 8 0
     4 8 0
   3 6 0 0
     4 8 0
   3 6 0 0
   3 6 0 0
 2 7 0 0 0
-----------
 3 9 3 0 4
```

Tum rurſus ducendæ ſunt eæ omnes particulæ in 30 & 4: fientque octo multiplicationes, ſcilicet 64, prior cuborum minorum: tum ter 480: deinde ter 3600: ac tãdem 27000, alter Cuborum minorum atque ij omnes ſimul numeri totum Cubum efficiunt, 39304. Igitur ad Cubi compoſitionem, ſumũtur Cubi duarum ſectionum: tum ducitur Quadratum prioris ſectionis in ſecundam ter: atq; viciſsim quadratum ſecundæ ſectionis in priorem ter. Ex quo Theorema confecimus in hæc verba,

Si rectá linea in duo ſecetur, qui ex ea fit Cubus, æqualis eſt ijs qui ex vtraque ſectione fiunt Cubis atque ei quod ter fit ex quadrato prioris ſectionis in ſecundam Parallelepipedo, eique quod

quod ter fit ex quadrato ſecundæ ſectionis in priorem Parallelipipedo.

Sectionem hoc loco pro ſegmento poſuimus, vt ambiguitatem ſententiæ effugeremus.

Hoc verò Theorema, quod proportione quadam reſpondet quartæ Propoſitioni ſecum Elementorum, demonſtrabimus, Deo iuuante, in Solidis. Quod ipſum tamen ex ſe valde probabile eſt, ijs qui Cubi ſtructuram animo reponent: ſed planè ſpectabile futurum, ſi ſenſum iudicem adhibueris: ſcilicet ſi Cubum Solidum efformaueris in octo particulas, ex materia quapiam tractabili. Et quoniam in Quadrata Radice nihilorum naturam æſtimationemque deſignauimus, tantùm mente tenenda ea quæ illic tradidimus: nempe nihila ipſa eſſe pro nihilo habenda in numeraria collectione. Igitur Theorematis noſtri inductio ſic erit. Inueſtigo Cubum prioris puncti, ſcilicet Cubum comprehenſum in 39000. id eſt 27000, cuius radix 30: hanc ſepono ad latus in primam notam radicis: ablatis 27000 ex 39000: ſuperſunt 12304. Iam triplico 30 (idq; ob

triplicem multiplicationem in Theoremate aſtructam, ſicut in Quadrato duplicatur ob duplicem) Ex ea triplicatione fiunt 90: quæ colloco, ſcilicet o ſub puncto proximo ad dextram; & 9 ſub nota proxima ipſi puncto, ſicut vult artis compendium: Secundò duco eadem 30 in triplum, 90: fiunt 2700, collocanda ſub 90. Et erit 2700, Diuiſor. Qui quum quater reperiatur in 12304, ſepono 4 in ſecũdam notam Radicis. Iam hîc modus exiſtit inuentionis: Nam in ipſa 4 ducuntur 2700: fiunt 10800: hæc ſunt ter 3600 quæ inter Cubi particulas conſpiciũtur: Tertiò quadrantur 4, fiunt 16: hæc ducuntur in 90: fiũt 1440, collocãda ſub 10800. Tandem eadem 4 ducũtur cum cubum, fiũt 64: quæ ponuntur ſub 1440. Hæc omnia addita æquantur numero. ſupremo, népe 12304.

```
1 2
3̶ 9̶ 3 0 4      (3|4
  ·     ·
      9 0
  2 7 6 0
1 0 8 0 0
  1 4 4 0
      6 4
---------
1 2 3 0 4
```

Animaduerte itaq; Nihila non tantùm loca occupare, ſed ab ipſis totam pene rationem

tionem extractionis & diſſolutionis pendere: quum ex ijs appareat particulas ſimul additas in totum numerum ſuperiorem exurgere. Igitur quum ex Theoremate noſtro eluceſcat Cubi compoſitio, facilè fuerit per regreſsionem omnia examinare, vt in Quadrata extractione docuimus.

Scio hoc loco aliquid ſcrupuli reſtare, ſcilicet vnde 10800 emerſerint vt efficerent ter 3600. Apparet enim 3600 eſſe id quod fit ex quadrato vnius ſectionũ in alterã ter, nẽpe ex 90 ĩ 4 ter, ſicut vult Theorema. Sed quomodo ter 3600 in 10800 coaluerint, non ſatis conſtat. Huius rei ratio hæc eſt, quòd quũ 3600 proueniãt ex ductu 900 in 4, ſicut ex multiplicatione particularium videre eſt: & 2700 ſint ter 900: ſatis clarũ eſt, ſi ſemel ducãtur 2700 in 4, idẽ prouenire ac ſi ducerẽtur 900 ter in ipſa 4. Eademq; eſt ratio quur ex ductu 90 in quadratũ ipſius 4, proueniãt 1440, ſcilicet ter 480. Fortaſſe alia occurret dubitatio, quum plura fuerint puncta quàm duo, quænã ſit Theorematis ipſius inductio. Sanè eadẽ. Verbi gratia, quũ tres futuræ ſunt Radicis notæ, vt 345, erũt duæ priores abſoluẽdæ ex Regulæ ſentẽtia. Ac tum 34 pro vna nota habendæ atq; hîc intelligetur

getur

getur Radix diſſolui in 340 & 5: eritque eadem agendi ratio, quæ in duabus notis prioribus. Erit enim 19304000, prior Cubus: alter, 125: reliquæ partes per quas ſex Parallelepipeda repræſentantur, ex diſquiſitione fient manifeſtæ. Hæc mihi ſatis eſſe viſa ſunt ad integram Radicum cognitionem. Nos verò aliam extrahendæ Radicis [redacted]liquantò expeditiorem dedimus in noſtra Arithmetica: Neque illam omnium pulcherrimam omiſimus & facillimam, quæ generatim omnes Radicum extractiones complectitur. Sed & ambæ ex eodem hoc fonte demonſtrationis emanant.

FINIS.

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη;
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δέκεν ἀντιλάβοις πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίως ἐπίιστορ.

[redacted]

Mulæ Aſinæq́; duos imponit ſeruulus vtres
Impletos vino, ſegnemq́; vt vidit Aſellam
Pondere defeſſam veſtigia figere tarda
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemisq́;?
Vnam ex vtre tuo menſuram ſi mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipſa feram: Sed ſi tibi tradam
Vnam menſuram, fient æqualia vtrique
Pondera. Menſuras dic docte Geometer iſtas.

[redacted]

Mulus portabat vinum comitatus Aſella,
Hæc oneris queritur pondera vaſta ſui:
Ille graues matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeò lachrymis lumina mœſta fluunt?
Mollities teneras, mater, decet, illa puellas,
Quas premit inſuetus debilitatq́; labor.
Vnam menſuram ſi noſtros fundis in vtres,
Ipſe tui vini pondera dupla feram:
Sin vnam contrà noſtro de faſce leuabis
Partem, tunc æquum pondus vterque feret.
Dic mihi menſuras, ô docte Geometer, iſtas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris.

11-1.